Lectures:

2.11. Recapitulation. Stability conditions. Thermodynamic Processes: Reversible cycles, Carnot, Stirling. Efficiency.
4.11. Introduction to statistical Mechanics. Statistics. Entropy.

Book:

Schwabl 3.2.-3.7

Excercises:

Please hand in until Mo 8.11.2021, 8:00 (10 points each):.

3) Consider an adiabatic expansion dS=0, with $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S = -\frac{c_V}{c_p}\frac{\alpha_V}{\alpha_p}\frac{V}{p}$ in general.

a) Determine the material properties in the equation by using the laws for an ideal gas. Solve the differential equation by integration.
b) What is the work of a piston under adiabatic expansion from V_1 to V_2?
c) What is the corresponding temperature change? How much heat must be added in an isochoric process to restore the original temperature?

4) A measurement (or simulation) has determined the lowest energies $\widetilde{E}(m)$ of the states with a given magnetization m. The energy as a function of field is then given via the Legendre transformation $E(B) = \widetilde{E}(m) - mB$.

a) In the measured molecule only discrete values of the magnetization $m = \pm 0,1,2,3,4,5,6,7\,\mu_B$ are observed in units of the Bohr magneton $\mu_B = 0.05788$ meV/T. The corresponding lowest energies $\widetilde{E}(m)$ are:

m/μ_B	0	1	2	3	4	5	6	7
$\widetilde{E}$/meV	-1.952	-1.893	-1.677	-1.332	-1.045	-.6946	-.2894	.1737

Plot $E(B)$ for each m (8 lines in one graph). Determine the corresponding magnetization $m(B)$ as a function of B from the graph. How can the function $m(B)$ be determined from the numerical values given above?

b) The magnetisation is given in terms of a generalized force $m = -\frac{\partial E(B)}{\partial B}$. Argue that in turn $B = \frac{\partial \widetilde{E}(m)}{\partial m}$, since the energy $E(B)$ must be minimal as a function of m in equilibrium. Consider a continuous magnetization with an expansion of $\widetilde{E}(m) \approx c + b|m|^\alpha$ to lowest order in small m. What is the magnetisation $m(B)$ in this case? Argue that the above condition from the first derivative does not apply if $\alpha < 1$. What happens to the magnetization in this case (considering also higher orders)?

Übungen (deutsche Version)

3) Betrachte eine adiabatische Expansion dS=0, für die i.A. gilt $\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_S = -\frac{c_V}{c_p}\frac{\alpha_V}{\alpha_p}\frac{V}{p}$.

a) Bestimme die Materialeigenschaften für ein ideales Gas und löse die Differentialgleichung durch Integration.

b) Bestimme die Arbeit, die an einem Kolben durch adiabatische Expansion von V_1 auf V_2 geleistet wird.

c) Was ist die Temperaturänderung? Wieviel Wärme muss reversibel isochor zugeführt werden um die Temperatur wieder auf den Ursprungswert zu erhöhen?

4) Nimm an, dass eine Messung oder Simulation die Grundzustandsenergie $\tilde{E}(m)$ als Funktion der Gesamtmagnetisierung herausfinden kann. Die entsprechende Energie in einem angelegten Feld ist dann durch die Legendre-Transformation $E(B) = \tilde{E}(m) - mB$ gegeben.

a) In einem bestimmten Molekül werden nur diskrete Werte der Magnetisierung $m = \pm 0,1,2,3,4,5,6,7\,\mu_B$ in Einheiten des Bohrschen Magnetons $\mu_B = 0.05788\,$meV/T gemessen. Die entsprechenden Grundzustandsenergien $\tilde{E}(m)$ sind:

m/μ_B	0	1	2	3	4	5	6	7
$\tilde{E}$/meV	-1.952	-1.893	-1.677	-1.332	-1.045	-.6946	-.2894	.1737

Plotte $E(B)$ für jedes m (8 Linien in einem Graphen). Bestimme daraus $m(B)$ als Funktion des Feldes gemessen in Tesla. Wie kann man direkt $m(B)$ aus den obigen Zahlenwerten bestimmen?

b) Die Magnetisierung kann als generalisierte Kraft $m = -\frac{\partial E(B)}{\partial B}$ bestimmt werden.

Zeige umgekehrt, dass $B = \frac{\partial \tilde{E}(m)}{\partial m}$, da im Gleichgewicht die Energie $E(B)$ als Funktion der Magnetisierung minimal wird. Betrachte den Fall einer kontinuierlichen Magnetisierung, wobei $\tilde{E}(m) \approx c + b|m|^\alpha$ für kleine m in führender Ordnung entwickelt werden kann. Was ist die Magnetisierung $m(B)$ in diesem Fall? Argumentiere, dass die Bedingung für die erste Ableitung nicht zu einer minimalen Energie führt falls $\alpha < 1$. Wie verhält sich die Magnetisierung in diesem Fall (unter Berücksichtigung höherer Ordnungen)?

Verständnisfragen

19.) Beschreibe die isotherme Expansion zur Überführung von Wärme zur Arbeit. Vergleiche mit dem Gay-Lussac Versuch.

20.) Was ist mit dem Begriff reversibler Kreisprozess gemeint? Was ist die praktische Bedeutung?

21.) Beschreibe den Carnot Kreisprozess und skizziere die dazugehörigen p-V und S-T Diagramme. Berechne den Wirkungsgrad für reversible Kreisprozesse.

22.) Argumentiere, dass alle reversiblen Kreisprozesse den gleichen Wirkungsgrad als Funktion der Temperaturen haben müssen.

22.) Beschreibe den Stirling Kreisprozess und skizziere das dazugehörige p-V Diagramm. Wie könnte man einen realistischen Stirling Motor konstruieren? Beschreibe eine geeignete Kolbenanordnung und die einzelnen Schritte des Motors.

23.) Argumentiere, dass für effiziente Prozesse die Temperaturunterschiede beim Überführen von Wärme möglichst klein sein sollten. Wie kann die Entropieproduktion errechnet werden?

24.) Was ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung? Wie werden Erwartungswerte allgemein berechnet?

25.) Was besagt der zentrale Grenzwertsatz?

26.) Was ist eine Dichtematrix?

27.) Argumentiere, dass die Änderung des Erwartungswertes der Energie dE in Wärme und Arbeit als Funktion von Änderungen der Wahrscheinlichkeiten und der Energiewerte aufgeteilt werden kann.

28.) Was ist die Definition der Entropie von einer allgemeinen Wahrscheinlichkeitsverteilung?