

Lectures:

- 25.1.2022 Student evaluations. Recapitulation. Scale invariance. Independent spins.
- 27.1.2022 Exact solution of the Ising model in 1D. The Ising model in higher dimensions.

Book: Schwabl 6.3 , 7.3.2

Exercises: Please hand in until Mo 31.1.2022, 8:00 (15 points).

22) Consider the Ising model in a magnetic field for two coupled spins
$$H = -JS_1S_2 - B(S_1 + S_2)$$

- a) Determine the partition function and the free energy. (Hint: there are four energy eigenstates)
- b) Determine the magnetization $M = -\frac{\partial F}{\partial B}$ and show that it is related to the expectation values of the spins $\langle S_1 + S_2 \rangle$.
- c) Calculate and plot the small field susceptibility $\chi = -\frac{\partial^2 F}{\partial B^2} \Big|_{B=0}$ as a function of temperature. Discuss the behavior for positive and negative J , respectively.
- d) Find an expression of the entropy as a function of temperature and field. Argue that for $J=0$ cooling by adiabatic demagnetization is possible. (What happens qualitatively with the temperature for very small, but nonzero J when the field is lowered adiabatically?)

Verständnisfragen

- 91.) Bestimme den Sattelpunkt der Van-der-Waals Zustandsgleichung und argumentiere, dass dies dem kritischen Punkt im Phasendiagramm entspricht. Drücke die Van-der-Waals Zustandsgleichung in reduzierten Variablen aus.
- 92.) Was passiert wenn es einen Bereich gibt, in dem die berechnete Freie Energie als Funktion von V konkav wird? Erläutere die Maxwell Konstruktion.
- 93.) Wie sind die kritischen Exponenten an einem kritischen Punkt α , β , γ , δ definiert?
- 94.) Beschreibe die Großkanonische Zustandssumme für das Gittergasmodell. Was ist der Zusammenhang mit dem Ising Modell?