

**Lectures:**

11.1.2022 Recapitulation. Introduction to phase transitions. Order parameters. Latent heat.

13.1.2022 Clausius Clayperon equation. Phase diagram of water. Derivation of the Van-der-Waals equation of state.

**Book:** Schwabl 3.8, 7.1

**Exercises:** Please hand in until Mo 17.1.2022, 8:00 (10 points each).

19a) Assuming a single particle density of states  $g(\varepsilon)$ , show that the Sommerfeld expansion in general predicts lowest order corrections of  $\mu(T)$  and  $c_v(T)$  given by

$$\mu(T) = \varepsilon_F \left( 1 - \frac{\pi^2}{6} \frac{g'(\varepsilon_F)}{g(\varepsilon_F)} \frac{(k_B T)^2}{\varepsilon_F} \right) \quad \text{und} \quad c_v(T) = \frac{\pi^2}{3} k_B^2 T g(\varepsilon_F).$$

b) Consider a 1D Fermi gas and calculate  $\varepsilon_F$  and  $g(\varepsilon)$  in order to determine the corrections. What is the main difference compared to the 3D case?

20) For very light and hot gases it may become relevant to use the relativistic energy-momentum relation  $\varepsilon(p) = c\sqrt{m^2 c^2 + p^2}$ .

Consider the limit  $m \rightarrow 0$  and calculate the Fermi energy  $\varepsilon_F$  and the degeneracy pressure as  $T \rightarrow 0$  for a three dimensional extreme relativistic gas. Compare the density dependence with the non-relativistic case. Argue that for this case the total kinetic energy of all electrons in a white dwarf is proportional to 1/radius of the star if the density is uniform. Can the neutrons and protons be neglected when calculating the total energy? (Note: The gravitational energy of the star also behaves as 1/radius. The critical mass of the star is reached when the gravitational energy becomes the same as the kinetic energy of the electrons.)

# Verständnisfragen

- 84.) Erläutere wie man einen Phasenübergang zwischen einer geordneten und einer ungeordneten Phase quantitativ verstehen kann indem man die Freie Energie minimiert. Was bedeutet dies für die Energie und Entropie bei hohen bzw. tiefen Temperaturen?
- 85.) Was ist die Ehrenfest Klassifikation? Was zeichnet einen Phasenübergang von 1. Ordnung aus? Was versteht man unter einem Ordnungsparameter?
- 86.) Was besagt die Gibbssche Phasenregel für die Koexistenz verschiedener Phasen?
- 87.) Was ist die latente Wärme?
- 88.) Was ist die Clausius Clapeyron Gleichung? Leite sie her.
- 89.) Skizziere das Phasendiagramm von Wasser. Leite Gleichungen für den ungefähren Verlauf der Phasengrenzkurven zwischen Wasser/Eis, und Wasser/Dampf her. Was ist ein Tripelpunkt? Welche Beziehung zwischen den Steigungen der Phasengrenzkurven gibt es dort?
- 90.) Wie lautet die Van-der-Waals Zustandsgleichung? Leite sie aus dem Zustandsintegral her unter der Annahme, dass das Gas ungeordnet ist und dass das Wechselwirkungspotential einen geeignet vereinfachten anziehenden und abstoßenden Teil hat.