Vorlesungen:

Donnerstag, 24.1.: Symmetrien. Unschärfe. Funktionenraum.

Lektüre:

Kapitel über den Funktionenraum (z.B. Shankar Kap.1.10)

Übungen:

Einzureichen bis Di, 29.1.2019 um 10:00 in Kasten neben 46-594. Jeweils 10 Punkte.

15.) Betrachte die Operatoren $\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $\Lambda = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Finde die orthonormale Eigenbasis zu Ω. Stelle die zugehörige Transformation U auf und berechne $U^\dagger \Lambda U$ und $U^\dagger \Omega U$.

b) Berechne den Kommutator von Ω und Λ. Gibt es eine gemeinsame Eigenbasis? Wenn ja welche?

16.) Betrachte den folgenden Hamiltonoperator für einen zwei-dimensionalen Hilbertraum $H = \begin{pmatrix} k & d \\ d & -k \end{pmatrix}$.

a) Bestimme die Eigenwerte und Eigenzustände von *H*. Plotte die Eigenwerte als Funktion von $-1<k<1$ für $d=0$ und für $d=0.2$. Was ist der Operator *U*, der die Matrix „diagonalisiert"?

b) Finde einen geschlossenen Ausdruck für die Zeitentwicklung $|\psi(t)\rangle = \exp(-iHt/\hbar)|\psi(0)\rangle$ von einem Anfangszustand $|\psi(0)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Plotte die Wahrscheinlichkeiten $P(\lambda, t) = |\langle \lambda | \psi(t) \rangle|^2$, dass sich das System nach einer geeigneten Messung in den Basiszuständen $|\lambda_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw $|\lambda_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ befindet als Funktion der Zeit t für $k=1$, $d=0.5$ (arbeite in Einheiten von $\hbar = 1$). Was bestimmt die Wiederkehrzeit?

Verständnisfragen

23.) Was versteht man unter einer Eigenbasis? Was ist eine Spektraldarstellung eines Operators?

24.) Zeige, wie man aus der Lösung des Eigenwertproblems eine unitäre Transformation konstruieren kann, die den Operator „diagonalisiert". Wie wird die entsprechende Matrix der Transformation gebildet?

25.) Was versteht man unter einer Operatorfunktion? Zeige, dass die Transformation, die einen hermiteschen Operator diagonalisiert im Allgemeinen auch die Operatorfunktion diagonalisiert.