Vorlesungen:

Donnerstag, 13.12.: Eigenwertprobleme

Lektüre:

Kapitel über Eigenwertprobleme und Operatorfunktionen
(z.B. Shankar Kap.1.8-1.9)

Übungen:

Einzureichen bis Do, 20.12.2018 um 10:00 in Fach neben 46-594. Jeweils 10 Punkte.

10.) Diskutiere, ob jeweils das Produkt von zwei hermiteschen, zwei unitären, zwei umkehrbaren oder zwei Projektions-Operatoren wiederum im Allgemeinen die gleiche Eigenschaft erfüllt.

11a) Zeige, dass $U = \exp(iH)$ eine unitäre Matrix ist, falls H hermitesch ist.
b) Zeige, dass für die Eigenwerte u_j einer unitären Matrix gilt $|u_j|=1$.
c) Zeige, dass für die Eigenvektoren $\left\langle u_j \middle| u_k \right\rangle = 0$ gilt, falls $u_j \neq u_k$.

12a) Argumentiere, dass eine Transformation $U^\dagger \Lambda U$ mit einer unitären Matrix U die Determinante von hermiteschen und unitären Matrizen Λ unverändert lässt.
b) Unter der Annahme dass es eine Transformation gibt, die die Matrix von $\Lambda = \exp(iH)$ diagonalisiert, zeige dass $\det \Lambda = \exp(i \operatorname{tr} H)$.

Verständnisfragen

11.) Beschreibe wie man aus der Matrixdarstellung in einer orthonormalen Basis den zugehörigen Operator definieren kann.

12.) Was ist ein Äußeres Produkt von Vektoren? Was ist die Vollständigkeitsrelation?

13.) Zeige, dass die Matrix eines Operatorprodukts durch die Multiplikation der Matrizen gegeben ist.

14.) Was ist ein Kommutator?

15.) Was ist ein adjungierter (oder hermitesch-konjugierter) Operator? Wie erhalte ich aus einem beliebigen Ausdruck die äquivalente Schreibweise im dualen Raum?

16.) Definiere i) hermitesch, ii) unitär, iii) umkehrbar, iv) Projektion.

17.) Zeige, dass für das hermitesch-konjugierte Produkt zweier beliebiger Operatoren gilt: $(\Lambda\Omega)^\dagger = \Omega^\dagger\Lambda^\dagger$