Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgaben zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Briefkasten im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

☗ **Aufgabe 7.** *Doppel-Delta Potential (6 Punkte)*
Es werden zwei identische Delta Potentiale im Abstand d voneinander betrachtet:

$$V(x) = -F\left(\delta(x - \frac{d}{2}) + \delta(x + \frac{d}{2})\right)$$

wobei $F > 0$ sei. Lösen Sie die stationäre Schrödingergleichung in den drei Teilgebieten $-\infty < x \leq -d/2$, $-d/2 \leq x \leq d/2$ und $d/2 \leq x < \infty$. Finden Sie die gebundenen Zustände und die dazugehörigen Energien.

Aufgabe 8. *Inverses Problem*
Die Wellenfunktion

$$\phi_E(x) = A\left(\frac{x}{x_0}\right)^n \exp\left(-\frac{x}{x_0}\right)$$

mit $x \geq 0$ sei eine Lösung der stationären Schrödingergleichung im Bereich $x \geq 0$. A, x_0 und n seien positive Konstanten. Man bestimme das zugehörige Potential $V(x)$, wenn gilt $\lim\limits_{x\to\infty} V(x) = 0$.

☗ **Aufgabe 9.** *Das Ehrenfestsche Theorem (6 Punkte)*
Betrachtet werde ein quantenmechanisches Teilchen in einem Potential $V(\vec{r})$. Die klassische Kraft auf das Teilchen ist $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$.

(a) Zeigen Sie, z.B. durch Auswertung der Wirkung auf eine beliebige Wellenfunktion $\varphi(\vec{r})$, dass in Ortsdarstellung gilt

$$\left[\hat{H}, \hat{\vec{r}}\right] = \frac{\hbar}{im}\hat{\vec{p}}$$
$$\left[\hat{H}, \hat{\vec{p}}\right] = -\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}V(\vec{r}) = \frac{\hbar}{i}\vec{F}(\vec{r}).$$

(b) Leiten Sie die sogenannten Ehrenfestschen Gleichungen für den Erwartungswert des Ortes $\left\langle\hat{\vec{r}}\right\rangle$ und den Erwartungswert des Impulses $\left\langle\hat{\vec{p}}\right\rangle$ her:

$$m\frac{d}{dt}\left\langle\hat{\vec{r}}\right\rangle = \left\langle\hat{\vec{p}}\right\rangle$$
$$\frac{d}{dt}\left\langle\hat{\vec{p}}\right\rangle = \left\langle\vec{F}(\hat{\vec{r}})\right\rangle.$$

Hinweis: Es gilt $i\hbar\frac{d}{dt}\left|\psi(t)\right\rangle = \hat{H}\left|\psi(t)\right\rangle$ sowie $i\hbar\frac{d}{dt}\left\langle\psi(t)\right| = -\left\langle\psi(t)\right|\hat{H}$.

(c) Unter welchen Bedingungen gelten für $\left\langle\hat{\vec{r}}\right\rangle$ und $\left\langle\hat{\vec{p}}\right\rangle$ dieselben Bewegungsgleichungen wie für $\vec{r}$ und $\vec{p}$ in der klassischen Mechanik?