Hinweis zur Übungsabgabe: Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als ein Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

Aufgabe 1. *Jacobi-Identität (6 Punkte)*
Zeigen Sie, daß für die Funktionen $f = f(\{q_k\}, \{p_k\}, t)$, $g = g(\{q_k\}, \{p_k\}, t)$ und $h = h(\{q_k\}, \{p_k\}, t)$ die Jacobi-Identität

$$\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\} = 0 \tag{1}$$

erfüllt ist, wobei $\{f, g\}$ die Poissonklammer von f mit g bedeutet.

Aufgabe 2. *(6 Punkte)*
Gegeben sei der Drehimpuls $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ eines Massenpunktes m.

(a) Bestimmen Sie die Poissonklammern aus den kartesischen Komponenten des Impulses $\vec{p}$ und des Drehimpulses $\vec{L}$.

(b) Bestimmen Sie die Poissonklammern, die aus den Komponenten von $\vec{L}$ bestehen.

(c) Berechnen Sie $\left\{\vec{L}^2, L_{x,y,z}\right\}$.

(d) Zeigen Sie, dass wenn zwei Komponenten von $\vec{L}$ Integrale der Bewegung sind, dieses auch für die dritte gilt. L_x, L_y, L_z sollen nicht explizit zeitabhängig sein.

Aufgabe 3. *geladenes Teilchen in statischem Magnetfeld (6 Punkte)*
Ein geladener Massenpunkt der Ladung q und der Masse m bewege sich in der $(x$-$y)$-Ebene in einem Potential

$$U(x, y) = -\frac{k}{2}(x^2 + y^2).$$

In z-Richtung wirke ein konstantes Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$.

(a) Schreiben Sie die Newtonschen Bewegungsgleichungen in einem Inertialsystem und in einem um die z-Achse mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\vec{e}_z$ rotierenden Bezugssystem auf. Zeigen Sie, dass durch geeignete Wahl von ω Bewegungsgleichungen entstehen, in denen die Geschwindigkeit des Massenpunktes nicht mehr explizit vorkommt.

(b) Geben Sie den Wert $k = k_0$ an, für den die Bewegung von einer gebundenen in eine ungebundene übergeht.