Hinweis zur Übungsabgabe: Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als ein Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

Aufgabe 1. *Hamiltonsche Bewegungsgleichungen (6 Punkte)*
Die potentielle Energie eines Teilchens der Masse m sei in Zylinderkoordinaten (ρ, ϕ, z):

$$V(\rho) = V_0 \ln \frac{\rho}{\rho_0}; \qquad V_0 = const, \rho_0 = const.$$

(a) Wie lautet die Hamilton-Funktion?

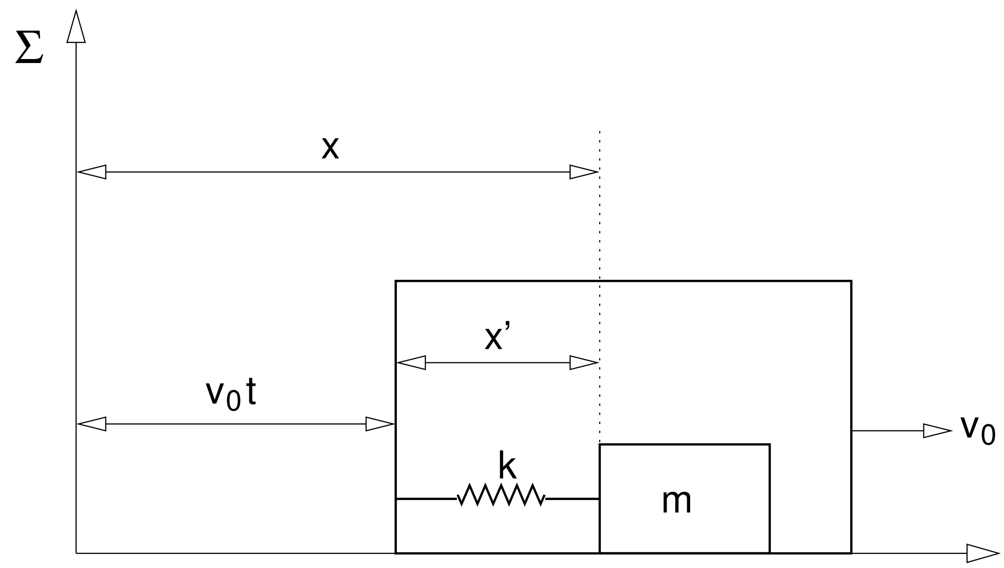
(b) Stellen Sie die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen auf.

(c) Finden Sie drei Erhaltungssätze.

Aufgabe 2. *(6 Punkte)*
Ein Kasten bewege sich reibungslos längs der x-Achse mit konstanter Geschwindigkeit v_0. Auf dem Kastenboden schwingt ebenfalls in x-Richtung und reibungslos eine Masse m, die durch eine Feder (Federkonstante: k) an der hinteren Kastenwand befestigt ist.

(a) Geben Sie die Hamiltonfunktion im ruhenden Koordinatensystem Σ an. Ist H eine Erhaltungsgröße? Ist H gleich der Gesamtenergie E? Formulieren Sie die Hamiltonischen Bewegungsgleichungen.

(b) Untersuchen Sie dasselbe Bewegungsproblem in einem mitbewegten Koordinatensystem Σ'.



Bitte wenden!

Aufgabe 3. *Satz von Liouville (6 Punkte)*
Es wird die eindimensionale Bewegung (längs der z-Achse) von $N \gg 1$ gleichartigen Teilchen betrachtet. Der Zustand (Ort z und Impuls $p = m\dot{z}$) eines herausgegriffenen Teilchens wird durch einen Punkt im Phasenraum dargestellt. Zur Zeit $t = 0$ sei die Dichte dieser Punkte konstant im Bereich $0 \leq z \leq Z$ und $0 \leq p \leq P$, und null außerhalb. Berechnen Sie, wie sich die Grenzen

des besetzten Phasenraumbereichs im Laufe der Zeit verschieben, und zwar für (i) kräftefreie Bewegung und (ii) Bewegung im Schwerefeld $\vec{g} = g e_z$. Begründen Sie, dass das Volumen dieses Phasenraumbereichs und die Dichte der Punkte konstant ist.
Das Ergebnis kann zum *Satz von Liouville* verallgemeinert werden: Die Dichte der Systempunkte im Phasenraum ist zeitlich konstant.