

Hinweis zur Übungsabgabe: Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als ein Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

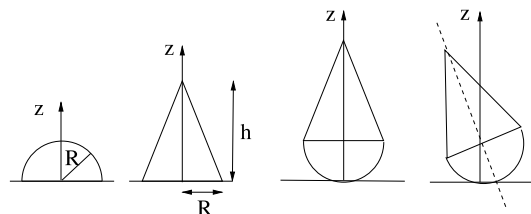
Aufgabe 1. (6 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie mit Hilfe des Variationsprinzips den kürzesten Weg zwischen zwei beliebigen Punkten auf der Mantelfläche eines Zylinders.
- (b) Betrachten Sie den senkrechten Fall eines Teilchens im Schwerfeld.
- Bestimmen Sie die Bahn $z(t)$ vom Punkt $z = 0$ bei $t = 0$ zum Punkt $z = h$ zur Zeit T aus der Lösung der klassischen Bewegungsgleichung.
 - Bestimmen Sie die gleiche Bahn direkt aus dem Hamilton-Prinzip. Setzen Sie dazu für $z(t)$ ein Polynom zweiten Grades an, das die Randbedingungen erfüllt.

Aufgabe 2. (6 Punkte)

Gegeben seien zwei homogene Körper, eine Halbkugel mit Radius R und ein Kreiskegel mit selbem Radius und der Höhe h . Die Koordinatensysteme seien so gewählt, dass jeweils die z -Achse mit der Symmetrieachse des Körpers zusammenfällt. Berechnen Sie die z -Komponente der Schwerpunkte und die Massen der Körper. (Aus Symmetriegründen liegt der Schwerpunkt beider Körper auf der z -Achse.) Jetzt werden beide Körper zu einem zusammengesetzt (siehe Skizze), der im homogenen Schwerfeld auf einer festen Unterlage steht. Für welche Werte für die Höhe h des Kegels ist der neue Körper stabil?

(Hinweis: Stabilität bedeutet, dass der Schwerpunkt unterhalb des Drehpunktes liegt.)



Aufgabe 3. Trägheitstensor (6 Punkte)

Ein homogener Zylinder der Masse M habe die Länge l und einen kreisförmigen Querschnitt mit Radius a . Berechnen Sie den zugehörigen Trägheitstensor. Der Zylinder rotiere mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um eine Achse durch die Zylindermitte, wobei der Winkel zwischen $\vec{\omega}$ und der Figurenachse gleich θ sei. Wie groß ist der Winkel Θ zwischen der Figurenachse und dem Drehimpuls \vec{L} ? Für welches Verhältnis l/a ist $\Theta >, =, < \theta$?

Aufgabe 4. (6 Punkte)

Eine homogene Kugel mit Radius R liegt auf einem idealen glatten, waagerechten Tisch. Sie soll durch einen waagerechten Stoß in Bewegung gesetzt werden ohne zu rutschen. In welcher Höhe h über dem Tisch muss der Stoß erfolgen?

Bitte wenden!

Aufgabe 5. Lagrangefunktion (6 Punkte)

Ein Ende einer dünnen Stange (Masse m , Länge l) sei so in $x = y = 0$ angebracht, dass sich die Stange in der (x, y) -Ebene frei drehen kann. Die Stange sei der Schwerebeschleunigung $\vec{g} = -g\vec{e}_y$ ausgesetzt. Stellen Sie die zugehörige Lagrange-Funktion auf, wobei Sie den Winkel ϕ , den die Stange mit der Senkrechten bildet als Koordinate verwenden. Wie lautet die Hamilton-Funktion? Zur Zeit $t = 0$ werde die Stange aus der Lage $\phi = \pi/2$ losgelassen ($\dot{\phi} = 0$). Wie groß ist die Beschleunigung des freien Stangenendes sofort nach dem Loslassen?