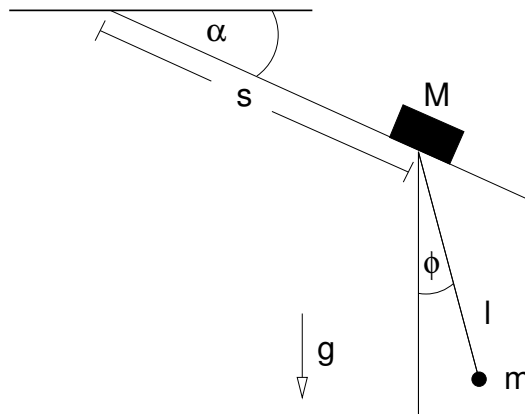


Hinweis zur Übungsabgabe: Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als ein Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

Aufgabe 1. (6 Punkte)

Auf einer Schiene, die gegen die Horizontale um den Winkel α geneigt ist, rutsche reibungsfrei ein Schlitten der Masse M . Am Schlitten ist ein Pendel der Masse m und der Länge l befestigt, welches in der Zeichenebene frei schwingen kann. Wie lautet die Lagrangefunktion $L(s, \dot{s}, \phi, \dot{\phi})$? Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen Lösungen der Form $\ddot{s} = \ddot{s}_0 = \text{konst}$ besitzen, und interpretieren Sie diese Lösungen. Mit welcher (Kreis-) Frequenz oszillieren kleine Störungen?



Aufgabe 2. Verallgemeinertes Potential (6 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in einer Ebene unter dem Einfluss einer Kraft, die in Richtung auf ein Kraftzentrum wirkt. Für den Betrag der Kraft gelte, wenn r der Abstand vom Kraftzentrum ist:

$$F = \frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{\dot{r}^2 - 2r\ddot{r}}{c^2} \right).$$

Bestimmen Sie das verallgemeinerte Potential

$$U = U(r, \dot{r})$$

und damit die Lagrangefunktion für die Bewegung in einer Ebene.

Aufgabe 3. Variation (6 Punkte)

Ein Massenpunkt der Masse m sei in der (x, y) -Ebene frei beweglich. Auf ihn wirke in y -Richtung die Schwerkraft $\vec{F} = -mg\vec{e}_y$. Auf welchem Weg $y = y(x)$ gelangt der Massenpunkt in der kürzesten Zeit von $(x_1, 0)$ nach (x_2, y_2) ? Die Anfangsgeschwindigkeit sei Null. Lösen Sie das Problem mittels eines Variationsansatzes.