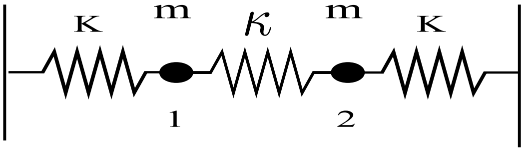
Hinweis zur Übungsabgabe: Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als ein Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

Aufgabe 1. *Gekoppelte Schwingung (6 Punkte)*
Betrachten Sie ein System aus zwei gekoppelten Oszillatoren (siehe Abbildung).



K und κ seien die Federkonstanten der abgebildeten Federn, m die Masse der Teilchen (Massenpunkte). x_1 und x_2 sei die Auslenkung beider Teilchen aus der Ruhelage. Am Massenpunkt 1 wirke zusätzlich eine Reibungskraft $F_R = -m\gamma\dot{x}_1$ sowie eine periodische Antriebskraft $F_A = m\sin(\omega t)$.

(a) Berechnen Sie für den Fall ungekoppelter Oszillatoren, d.h. $\kappa = 0$ die zeitlich gemittelte Verlustleistung am Massenpunkt 1 als Funktion der Antriebsfrequenz ω.

(b) Berechnen Sie dasselbe für gekoppelte Oszillatoren. Stellen Sie die Verlustleistung als Funktion der Antriebsfrequenz ω qualitativ für den Fall $\kappa \ll K$ und $\kappa = K$ dar. Was stellen Sie fest?

Aufgabe 2. *Doppelpendel (6 Punkte)*
Gegeben sei ein Doppelpendel aus zwei masselosen Stangen der Längen l_i und zwei Massen m_i dessen Bewegung auf eine Ebene beschränkt ist.

(a) Wie lautet die Lagrangefunktion?

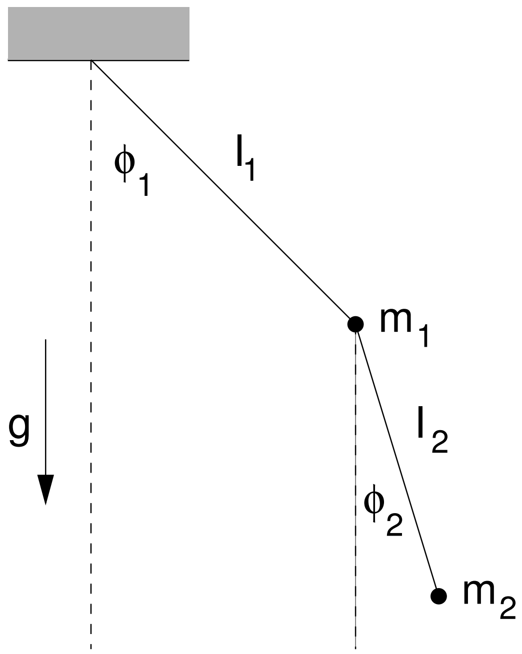
(b) Wie lauten die Bewegungsgleichungen für kleine Ausschläge (d.h. in linearer Näherung)?

(c) Um die Eigenfrequenzen zu finden benutzt man den Ansatz

$$\varphi_i(t) = \alpha_i \cos\omega t$$

Welche Eigenfrequenzen hat das Doppelpendel?

Bitte wenden!



Aufgabe 3. *(6 Punkte)*
Eine Masse m ist zwischen $x = 0$ und $x = l$ mit zwei Federn eingespannt, siehe Skizze. Beide Federn haben die Federkonstante κ und im entspannten Zustand die Länge a. Die Wand bei $x = l$ werde gemäß einem gegebenen $l(t)$ bewegt. Wie lautet die Lagrangefunktion für dieses System? Welcher Bewegungsgleichung genügt $x(t)$? Lösen Sie diese für $x(0) = a$, $\dot{x}(0) = 0, l(t) = 2a + s\sin(\Omega t)$, wobei s und Ω konstant sind.