

Allgemeine Hinweise: Die mit ♣ gekennzeichneten Aufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und im OLAT Kurs hochzuladen.

♣ **Aufgabe 28.** (6 Punkte)

Gegeben sei ein würfelförmiges Volumen $V = L^3$ mit einem klassischen idealen Gas aus N identischen Atomen. Nun werde zusätzlich angenommen, dass die Teilchen einen inneren Freiheitsgrad (Spin $S = 1/2$) haben, verbunden mit einem magnetischen Moment μ . Es werde ein magnetisches Feld B angelegt.

(a) Begründen Sie mit wenigen Worten, warum die kanonische Zustandssumme die Form

$$Z_N = \frac{1}{N!} (Z_{1,\text{trans}})^N (Z_{1,\text{int}})^N \quad (1)$$

hat, wobei $Z_{1,\text{trans}}$ den translatorischen und $Z_{1,\text{int}}$ den internen Anteil der Zustandssumme bezeichnet. Warum taucht der Faktor $1/N!$ auf?

(b) Berechnen Sie Z_N .

(c) Berechnen Sie die innere Energie U und die Wärmekapazität C_V .

(d) Berechnen Sie die Magnetisierung M .

♣ **Aufgabe 29.** (6 Punkte)

Betrachten Sie N nicht wechselwirkende, quantisierte Drehimpulse \hat{J}_n mit $\hat{J}^2 = J(J+1)$ und magnetischem Moment μ in einem Magnetfeld $\vec{B} = B \vec{e}_z$ bei einer Temperatur T . Der Hamiltonoperator ist

$$H = -\mu B \sum_{n=1}^N \hat{J}_z \quad (2)$$

(a) Die kanonische Zustandssumme kann in der Form $Z = Z_{\text{mag}}^N$ geschrieben werden, wobei nur die magnetische Energie berücksichtigt werden soll. Zeigen Sie

$$Z_{\text{mag}} = \frac{\sinh\left[\eta \frac{2J+1}{2}\right]}{\sinh[\eta/2]}, \quad (3)$$

wobei $\eta = \mu B / k_B T$ ist.

(b) Bestimmen Sie den magnetischen Anteil der freien Energie $F = -k_B T \ln Z$ und daraus die Magnetisierung

$$m_z = -\frac{\partial F}{\partial B} \quad (4)$$

Aufgabe 30.

Gegeben sei ein van-der-Waals Gas mit der thermischen Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k_B T. \quad (5)$$

Berechnen Sie den Joule-Thomson-Koeffizienten $\alpha = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$.

Die Gleichung

$$\alpha = \frac{1}{T} \tag{6}$$

definiert die sog. Inversionskurve $p = p(v)$. Ab welcher Temperatur T_{inv} ist der Joule-Thomson-Koeffizient stets negativ?