

Allgemeine Hinweise: Die mit 🏠 gekennzeichneten Aufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und im OLAT Kurs hochzuladen.

🏠 **Aufgabe 10.** (6 Punkte)

Die Arbeit, die notwendig ist, um die Oberfläche Ω einer Flüssigkeit bei konstantem Volumen V um $d\Omega$ zu vergrößern, sei gegeben durch $\sigma d\Omega$ mit $\sigma = \sigma(T)$. Im Folgenden sei von besonderem Interesse der Spezialfall $\sigma(T) = A\left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$, ($T < T_c$, $A > 0$). Wie lautet das Differential der inneren Energie?

(a) Man zeige die Relation

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \Omega}\right)_{S,V} = \frac{T}{C_{V,\Omega}} \frac{d\sigma}{dT}, \quad (1)$$

wobei $C_{V,\Omega}$ die Wärmekapazität bei konstantem Volumen und konstanter Oberfläche ist.

(b) Man diskutiere die Relation (1) für den Spezialfall von σ und berechne für einen adiabatisch-isochoren Prozess die Temperatur als Funktion der Oberfläche, wenn $C_{V,\Omega}$ als konstant angenommen wird, und für $T = T_0$ gilt $\Omega = \Omega_0$.

🏠 **Aufgabe 11.** (6 Punkte)

Man zeige, dass die freie Energie F in einen Volumenanteil $F_{\text{Vol.}}(T, V)$ und einen Oberflächenanteil $F_{\text{Obl.}}(T, \Omega)$ zerfällt. Wie lautet $F_{\text{Obl.}}$ explizit? Wie groß ist bei einem isotherm-isochoren Prozeß die Änderung dS der Entropie bei Änderung $d\Omega$ der Oberfläche? Man zeige, daß sich U bei einem isotherm-isochoren Prozess gemäß $dU = \left(\sigma - T \frac{d\sigma}{dT}\right) d\Omega$ ändert. Diskutieren Sie dU und dF für isotherm-isochore Prozesse für den Spezialfall von σ aus Aufgabe 10.

Aufgabe 12.

Ein Flüssigkeitstropfen (Radius r , Masse m_1) befinde sich im Dampf (Masse m_2) derselben Substanz. Der Volumenanteil der auf die Masse bezogenen freien Enthalpie der Flüssigkeit sei g_1 , der des Dampfes sei g_2 . Temperatur und Druck seien für beide Phasen gleich. Wie lautet die freie Enthalpie G_{ges} des Gesamtsystems? Im Gleichgewicht ist G_{ges} minimal. Man leite aus diesem Prinzip den Zusammenhang $g_2 - g_1 = \frac{2\sigma}{r\rho_1}$ her, wobei ρ_1 die Dichte der Flüssigkeit bedeutet.

Es sei nun die Dichte ρ_1 der Flüssigkeit konstant und viel größer als die Dichte ρ_2 des Dampfes. Unter der Annahme, daß sich der Dampf wie ein ideales Gas verhält, leite man die Beziehung

$$p = p_\infty \exp\left(\frac{2\sigma\mu}{\rho_1 k_B T r}\right) \quad (2)$$

ab, wobei μ die Masse eines Dampfmoleküls und p_∞ der Dampfdruck des Tropfens für $r \rightarrow \infty$ ist.

Ist der Gleichgewichtsradius r stabil? Was geschieht, wenn der Radius eines Tropfens größer als r ist, was, wenn er kleiner als r ist? Welche Folgerung ergibt sich für die Kondensation von Flüssigkeit aus der Dampfphase?