Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichnete Aufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und über OLAT hochzuladen

Aufgabe 16.
Man betrachte ein quantenmechanisches System, welches aus zwei Teilsystemen A und B besteht. Dieses System befinde sich in einem verschränkten Zustand

$$|\Psi\rangle = \sum_n c_n |n_A\rangle |n_B\rangle, \tag{1}$$

wobei $|n_A\rangle$ und $|n_B\rangle$ orthonormale Zustände in den Hilberträumen von A und B sind. Zeigen Sie, dass sich alle Observablen aus A berechnen lassen gemäß

$$\langle \hat{O}_A \rangle = \mathrm{Tr}\{\rho_A \hat{O}_A\}, \tag{2}$$

wobei

$$\rho_A = \mathrm{Tr_B}\{|\Psi\rangle\langle\Psi|\} = \sum_n |c_n|^2 |n_A\rangle\langle n_A| \tag{3}$$

ist. Unter welchen Bedingungen ist ρ_A ein reiner Zustand? Berechnen Sie $\mathrm{Tr}\{\rho_A^2\}$ und $\mathrm{Tr}\{\rho_A \ln \rho_A\}$.

☗ **Aufgabe 17.** *(6 Punkte)*
Berechnen Sie für ein Gas, das der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung

$$f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{mv^2}{2k_B T}\right\} \tag{4}$$

genügt, wobei $v = |\vec{v}|$ ist,

(a) den wahrscheinlichsten Wert der x-Komponente der Geschwindigkeit,
(b) den Mittelwert der x-Komponente der Geschwindigkeit,
(c) den wahrscheinlichsten Wert des Absolutbetrages der Geschwindigkeit,
(d) den Mittelwert des Absolutbetrages der Geschwindigkeit,
(e) die wahrscheinlichste kinetische Energie,
(f) den Mittelwert der kinetischen Energie.

☗ **Aufgabe 18.** *(6 Punkte)*
Zeigen Sie aus der Bedingung, dass die Entropie $S = -k_\mathrm{B}\mathrm{Tr}\{\rho \ln \rho\}$ maximal wird, dass unter den Nebenbedingungen $\mathrm{Tr}\{\rho\} = 1$ und $\mathrm{Tr}\{\rho \hat{H}\} = \bar{E}$ für ρ die kanonische Dichtematrix resultiert.
Hinweis: Es handelt sich hier um ein Variationsproblem mit Nebenbedingungen, das mittels Lagrange Multiplikatoren gelöst werden kann.