Korrektur in Aufgabe 20): Beachten Sie die neue Definition des extensiven isobaren Ausdehnungskoeffizienten.

Allgemeine Hinweise: Aufgaben 20, 21 und 22 sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in die dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 20.
In der letzten Übung haben Sie das van-der-Waals Gas mit der thermischen Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k_B T \tag{1}$$

betrachtet und den Joule-Thomson-Koeffizienten $\mu_{\mathrm{JT}} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$, welcher als Funktion des isobaren Ausdehnungskoeffizienten $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ ausgedrückt werden kann, abgeleitet.
Die Gleichung

$$\alpha = \frac{1}{T} \tag{2}$$

definiert die sogenannte Inversionskurve $p = p(v)$ an welcher ein Vorzeichenwechsel des Joule-Thomson-Koeffizienten stattfindet. Argumentieren Sie, weshalb die Inversionskurve den Vorzeichenwechsel angibt und leiten Sie die Temperatur T_{inv} her, ab welcher der Joule-Thomson-Koeffizient stets negativ ist.

Aufgabe 21.
Die Gibbsche Fundamentalrelation für eine magnetische Substanz lautet

$$dU = TdS + \vec{H} \cdot d\vec{M}, \tag{3}$$

wobei $\vec{H}$ die magnetische Feldstärke und $\vec{M}$ die Magnetisierung der Substanz bedeuten. Hierbei wird angenommen, dass das Volumen der Substanz festgehalten wird (Festkörper). Nun seien

$$C_X = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_X, \quad X \in \{\vec{H}, \vec{M}\} \tag{4}$$

die spezifischen Wärmen, sowie

$$\chi_X = \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{H}}\right)_X, \quad X \in \{S, T\} \tag{5}$$

die isotherme bzw. isentrope magnetische Suszeptibilität. Unter der Annahme einer isotropen Substanz zeige man die nachfolgenden Relationen zwischen den spezifischen Wärmen und Suszeptibilitäten:

$$C_{\vec{H}} - C_{\vec{M}} = VT\alpha_H^2/\chi_T \tag{6}$$
$$\chi_T - \chi_S = VT\alpha_H^2/C_H \tag{7}$$
$$\frac{C_{\vec{H}}}{C_{\vec{M}}} = \frac{\chi_T}{\chi_S}, \tag{8}$$

wobei $\alpha_H = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H$ ist.

Aufgabe 22.
Man betrachte nun einen paramagnetischen Stoff. Der Zusammenhang zwischen dem H-Feld und der

Magnetisierung M wird durch das Curie-Gesetz beschrieben: $M = \gamma H/T$, wobei $\gamma = const$. Man gebe das Differential dG_m der magnetischen Gibbsfunktion G_m an, die definiert ist durch

$$G_m = G_m(T, V, H) = U - TS - HM \tag{9}$$

und zeige, dass

$$S = -\left(\frac{\partial G_m}{\partial T}\right)_{V,H} \tag{10}$$

gilt. Man beweise

$$G_m(T, V, H) = G_0(T, V) - \gamma \frac{H^2}{2T}, \tag{11}$$

wobei $G_0(T, V) = G_m(T, V, H = 0)$ und leite daraus die Entropie $S(T, V, H)$ ab. Man zeige, dass der Druck nicht explizit vom Magnetfeld abhängt, d.h. dass gilt $p = p(V, T)$.