

Allgemeine Hinweise: Aufgaben 31 und 32 sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 31. (6 Punkte)

Gegeben sei ein van-der-Waals Gas mit der thermischen Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k_B T. \quad (1)$$

Berechnen Sie den Joule-Thomson-Koeffizienten $\alpha = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$.

Die Gleichung

$$\alpha = \frac{1}{T} \quad (2)$$

definiert die sog. Inversionskurve $p = p(v)$. Ab welcher Temperatur T_{inv} ist der Joule-Thomson-Koeffizient stets negativ?

Aufgabe 32. (6 Punkte)

Die Gibbsche Fundamentalrelation für eine magnetische Substanz lautet

$$dU = TdS + \vec{H} \cdot d\vec{M}, \quad (3)$$

wobei \vec{H} die magnetische Feldstärke und \vec{M} die Magnetisierung der Substanz bedeuten. Hierbei wird angenommen, dass das Volumen der Substanz festgehalten ist (Festkörper). Nun seien

$$C_X = T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_X, \quad X \in \{\vec{H}, \vec{M}\} \quad (4)$$

die spezifischen Wärmen sowie

$$\chi_X = \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{H}}\right)_X, \quad X \in \{S, T\} \quad (5)$$

die isotherme bzw. isentrope magnetische Suszeptibilität. Unter der Annahme einer isotropen Substanz zeige man die nachfolgenden Relationen zwischen den spezifischen Wärmen und Suszeptibilitäten:

$$C_{\vec{H}} - C_{\vec{M}} = VT\alpha_H^2/\chi_T \quad (6)$$

$$\chi_T - \chi_S = VT\alpha_H^2/C_H \quad (7)$$

$$\frac{C_{\vec{H}}}{C_{\vec{M}}} = \frac{\chi_T}{\chi_S}, \quad (8)$$

wobei $\alpha_H \equiv \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_H$ bedeutet.

Aufgabe 33.

Man betrachte nun einen paramagnetischen Stoff. Der Zusammenhang zwischen dem H -Feld und der Magnetisierung M wird durch das Curie-Gesetz beschrieben: $M = \gamma H/T$, wobei $\gamma = \text{konst.}$ Man gebe das Differential dG_m der magnetischen Gibbsfunktion G_m an, die definiert ist durch

$$G_m = G_m(T, V, H) = U - TS - HM \quad (9)$$

und zeige, dass

$$S = - \left(\frac{\partial G_m}{\partial T}\right)_{V, H} \quad (10)$$

gilt.

Bitte wenden!

Man beweise

$$G_m(T, V, H) = G_0(T, V) - \gamma \frac{H^2}{2T}, \quad (11)$$

wobei $G_0(T, V) = G_m(T, V, H = 0)$ und leite daraus die Entropie $S(T, V, H)$ ab. Man zeige, dass der Druck nicht explizit vom Magnetfeld abhängt, d.h., dass gilt $p = p(V, T)$.