Allgemeine Hinweise: Aufgaben 19 und 21 sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 19. *(6 Punkte)*
Gegeben sind zwei Teilsysteme A und B mit jeweils vielen Mikrozuständen $|a\rangle, |b\rangle$ und entsprechenden Wahrscheinlichkeiten P_a, P_b. Die Entropie der Teilsysteme ist $S_A = -k\sum_a P_a \ln P_a$ und $S_B = -k\sum_b P_b \ln P_b$.

(a) Zeigen Sie, dass die Entropie additiv ist, d.h.,

$$S = -k\sum_{a,b} P_{ab} \ln P_{ab} = S_A + S_B, \tag{1}$$

wenn die Systeme unabhängig sind (d.h., wenn $P_{ab} = P_a P_b$).

(b) Wenn die Systeme nicht unabhängig voneinander sind, dann gilt $P_a = \sum_b P_{ab}$ und $P_b = \sum_a P_{ab}$. Zeigen Sie, dass gilt

$$S - S_A - S_B = k\sum_{a,b} P_{ab} \ln \frac{P_a P_b}{P_{ab}}. \tag{2}$$

Ist der Entropieunterschied positiv oder negativ (mit Beweis)? Was bedeutet das für Systeme mit Wechselwirkungen?

Aufgabe 20.
In der Vorlesung wurde gezeigt, dass für die integrierte mikrokanonische Zustandsdichte des idealen Gases gilt

$$\bar{\Omega}(E) = \left(\frac{V}{N}\right)^N \left(\frac{4\pi m E}{3\mathrm{h}^2 N}\right)^{\frac{3N}{2}} \mathrm{e}^{\frac{5N}{2}} \tag{3}$$

Berechnen Sie daraus die Entropie $S = S(E,V)$ sowie die kalorische und thermische Zustandsgleichung.

Aufgabe 21. *(6 Punkte)*
Die Schwingungsenergie eines zweiatomigen Moleküls ist gemäß

$$E_r = \hbar\omega\left(r + \frac{1}{2}\right) \tag{4}$$

gequantelt, wobei $r = 0, 1, 2, \ldots$ ist, und die Niveaus nicht entartet sind.

(a) Berechnen Sie die mikrokanonische Zustandsdichte $\Omega(E)$ sowie die kalorische Zustandsgleichung.

(b) Leiten Sie daraus die Wärmekapazität C_{vib} ab und untersuchen Sie deren Grenzverhalten für niedrige und hohe Temperaturen.