

Allgemeine Hinweise: Aufgaben 10 und 11 sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 10. (6 Punkte)

Die Arbeit, die notwendig ist, um die Oberfläche Ω einer Flüssigkeit bei konstantem Volumen V um $d\Omega$ zu vergrößern, sei gegeben durch $\sigma d\Omega$ mit $\sigma = \sigma(T)$. Im Folgenden sei von besonderem Interesse der Spezialfall $\sigma(T) = A \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$, ($T < T_c$, $A > 0$). Wie lautet das Differential der inneren Energie?

(a) Man zeige die Relation

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \Omega}\right)_{S,V} = \frac{T}{C_{V,\Omega}} \frac{d\sigma}{dT}, \quad (1)$$

wobei $C_{V,\Omega}$ die Wärmekapazität bei konstantem Volumen und konstanter Oberfläche ist.

(b) Man diskutiere die Relation (1) für den Spezialfall von σ und berechne für einen adiabatisch-isochoren Prozess die Temperatur als Funktion der Oberfläche, wenn $C_{V,\Omega}$ als konstant angenommen wird, und für $T = T_0$ gilt $\Omega = \Omega_0$.

Aufgabe 11. (6 Punkte)

Man zeige, dass die freie Energie F in einen Volumenanteil $F_{\text{Vol.}}(T, V)$ und einen Oberflächenanteil $F_{\text{Ofl.}}(T, \Omega)$ zerfällt. Wie lautet $F_{\text{Ofl.}}$ explizit? Wie groß ist bei einem isotherm-isochoren Prozeß die Änderung dS der Entropie bei Änderung $d\Omega$ der Oberfläche? Man zeige, daß sich U bei einem isotherm-isochoren Prozess gemäß $dU = (\sigma - T \frac{d\sigma}{dT}) d\Omega$ ändert. Diskutieren Sie dU und dF für isotherm-isochore Prozesse für den Spezialfall von σ aus Aufgabe 10.

Aufgabe 12.

Ein Flüssigkeitstropfen (Radius r , Masse m_1) befindet sich im Dampf (Masse m_2) derselben Substanz. Der Volumenanteil der auf die Masse bezogenen freien Enthalpie der Flüssigkeit sei g_1 , der des Dampfes sei g_2 . Temperatur und Druck seien für beide Phasen gleich. Wie lautet die freie Enthalpie G_{ges} des Gesamtsystems? Im Gleichgewicht ist G_{ges} minimal. Man leite aus diesem Prinzip den Zusammenhang $g_2 - g_1 = \frac{2\sigma}{r\rho_1}$ her, wobei ρ_1 die Dichte der Flüssigkeit bedeutet.

Es sei nun die Dichte ρ_1 der Flüssigkeit konstant und viel größer als die Dichte ρ_2 des Dampfes. Unter der Annahme, daß sich der Dampf wie ein ideales Gas verhält, leite man die Beziehung

$$p = p_\infty \exp\left(\frac{2\sigma\mu}{\rho_1 k_B T} \frac{1}{r}\right) \quad (2)$$

ab, wobei μ die Masse eines Dampfmoleküls und p_∞ der Dampfdruck des Tropfens für $r \rightarrow \infty$ ist.

Ist der Gleichgewichtsradius r stabil? Was geschieht, wenn der Radius eines Tropfens größer als r ist, was, wenn er kleiner als r ist? Welche Folgerung ergibt sich für die Kondensation von Flüssigkeit aus der Dampfphase?