**Aufgabe 28.**
Gegeben sei ein van-der-Waals Gas mit der thermischen Zustandsgleichung

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = k_B T. \tag{1}$$

Berechnen Sie den Joule-Thomson-Koeffizienten $\alpha = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_{\mathrm{H}}$.
Die Gleichung

$$\alpha = \frac{1}{T} \tag{2}$$

definiert die sog. Inversionskurve $p = p(v)$. Ab welcher Temperatur $T_{\text{inv}}$ ist der Joule-Thomson-Koeffizient stets negativ?

**Aufgabe 29.**
Die Gibbsche Fundamentalrelation für eine magnetische Substanz lautet

$$dU = TdS + \vec{H} \cdot d\vec{M}, \tag{3}$$

wobei $\vec{H}$ die magnetische Feldstärke und $\vec{M}$ die Magnetisierung der Substanz bedeuten. Hierbei wird angenommen, dass das Volumen der Substanz festgehalten ist (Festkörper). Nun seien

$$C_X = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_X, \qquad X \in \{\vec{H}, \vec{M}\} \tag{4}$$

die spezifischen Wärmen sowie

$$\chi_X = \left(\frac{\partial \vec{M}}{\partial \vec{H}}\right)_X, \qquad X \in \{S, T\} \tag{5}$$

die isotherme bzw. isentrope magnetische Suszeptibilität. Unter der Annahme einer isotropen Substanz zeige man die nachfolgenden Relationen zwischen den spezifischen Wärmen und Suszeptibilitäten:

$$C_{\vec{H}} - C_{\vec{M}} = VT\alpha_H^2/\chi_T \tag{6}$$

$$\chi_T - \chi_S = VT\alpha_H^2/C_H \tag{7}$$

$$\frac{C_{\vec{H}}}{C_{\vec{M}}} = \frac{\chi_T}{\chi_S}, \tag{8}$$

wobei $\alpha_H \equiv \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_{\mathrm{H}}$ bedeutet.

**Aufgabe 30.**
Man betrachte nun einen paramagnetischen Stoff. Der Zusammenhang zwischen dem $H$-Feld und der Magnetisierung $M$ wird durch das Curie-Gesetz beschrieben: $M = \gamma H/T$, wobei $\gamma = \mathit{const}$. Man gebe das Differential $dG_m$ der magnetischen Gibbsfunktion $G_m$ an, die definiert ist durch

$$G_m = G_m(T, V, H) = U - TS - HM \tag{9}$$

und zeige, dass

$$S = -\left(\frac{\partial G_m}{\partial T}\right)_{V,H} \tag{10}$$

gilt.

**Bitte wenden!**

Man beweise

$$G_m(T,V,H) = G_0(T,V) - \gamma \frac{H^2}{2T}, \qquad (11)$$

wobei $G_0(T,V) = G_m(T,V,H=0)$ und leite daraus die Entropie $S(T,V,H)$ ab. Man zeige, dass der Druck nicht explizit vom Magnetfeld abhängt, d.h., dass gilt $p = p(V,T)$.