

*Allgemeine Hinweise:* Aufgaben 10 und 11 sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

**Aufgabe 10.**

Die Arbeit, die notwendig ist, um die Oberfläche  $\Omega$  einer Flüssigkeit bei konstantem Volumen  $V$  um  $d\Omega$  zu vergrößern, sei gegeben durch  $\sigma d\Omega$  mit  $\sigma = \sigma(T)$ . Im Folgenden sei von besonderem Interesse der Spezialfall  $\sigma(T) = A \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)$ , ( $T < T_c$ ,  $A > 0$ ). Wie lautet das Differential der inneren Energie?

- (a) Man zeige die Relation

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \Omega}\right)_{S,V} = \frac{T}{C_{V,\Omega}} \frac{d\sigma}{dT}, \quad (1)$$

wobei  $C_{V,\Omega}$  die Wärmekapazität bei konstantem Volumen und konstanter Oberfläche ist.

- (b) Man diskutiere die Relation (1) für den Spezialfall von  $\sigma$  und berechne für einen adiabatisch-isochoren Prozess die Temperatur als Funktion der Oberfläche, wenn  $C_{V,\Omega}$  als konstant angenommen wird, und für  $T = T_0$  gilt  $\Omega = \Omega_0$ .

**Aufgabe 11.**

Man zeige, dass die freie Energie  $F$  in einen Volumenanteil  $F_{Vol.}(T, V)$  und einen Oberflächenanteil  $F_{Ofl.}(T, \Omega)$  zerfällt. Wie lautet  $F_{Ofl.}$  explizit? Wie groß ist bei einem isotherm-isochoren Prozeß die Änderung  $dS$  der Entropie bei Änderung  $d\Omega$  der Oberfläche? Man zeige, daß sich  $U$  bei einem isotherm-isochoren Prozess gemäß  $dU = (\sigma - T \frac{d\sigma}{dT}) d\Omega$  ändert. Diskutieren Sie  $dU$  und  $dF$  für isotherm-isochore Prozesse für den Spezialfall von  $\sigma$  aus Aufgabe 10.

**Aufgabe 12. (keine Abgabe)**

Ein Flüssigkeitstropfen (Radius  $r$ , Masse  $m_1$ ) befindet sich im Dampf (Masse  $m_2$ ) derselben Substanz. Der Volumenanteil der auf die Masse bezogenen freien Enthalpie der Flüssigkeit sei  $g_1$ , der des Dampfes sei  $g_2$ . Temperatur und Druck seien für beide Phasen gleich. Wie lautet die freie Enthalpie  $G_{ges}$  des Gesamtsystems? Im Gleichgewicht ist  $G_{ges}$  minimal. Man leite aus diesem Prinzip den Zusammenhang  $g_2 - g_1 = \frac{2\sigma}{r\rho_1}$  her, wobei  $\rho_1$  die Dichte der Flüssigkeit bedeutet.

Es sei nun die Dichte  $\rho_1$  der Flüssigkeit konstant und viel größer als die Dichte  $\rho_2$  des Dampfes. Unter der Annahme, daß sich der Dampf wie ein ideales Gas verhält, leite man die Beziehung

$$p = p_\infty \exp\left(\frac{2\sigma\mu}{\rho_1 k_B T} \frac{1}{r}\right) \quad (2)$$

ab, wobei  $\mu$  die Masse eines Dampfmoleküls und  $p_\infty$  der Dampfdruck des Tropfens für  $r \rightarrow \infty$  ist.

Ist der Gleichgewichtsradius  $r$  stabil? Was geschieht, wenn der Radius eines Tropfens größer als  $r$  ist, was, wenn er kleiner als  $r$  ist? Welche Folgerung ergibt sich für die Kondensation von Flüssigkeit aus der Dampfphase?