

Hinweis zur Übungsabgabe: Aufgaben, welche mit einem kleinem Haus ■ versehen sind, sollen als Hausaufgabe bearbeitet werden. Die Übungsblätter bitte in die vorgesehenen Briefkästen im 5. Stock, Gebäude 46 einwerfen.

■ **Aufgabe 47.** *Ritzsches Variationsverfahren*

Es werde erneut das Doppel-Delta-Potential aus Aufgabe 19 betrachtet. Berechnen Sie die Energien der gebundenen Zustände mit Hilfe des Ritzschen Variationsverfahrens. Benutzen Sie dazu den Ansatz

$$\phi(x) = \alpha_1 \phi_0(x - d/2) + \alpha_2 \phi_0(x + d/2)$$

($\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C}$) wobei ϕ_0 die stationäre Wellenfunktion für ein einzelnes Delta-Potential sei.

■ **Aufgabe 48.** *Greenberger-Horne-Zeilinger-Zustand*

Gegeben sei ein Zustand für 3 unterscheidbare Spin-1/2 Teilchen

$$|\psi\rangle_{\text{GHZ}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B |\uparrow\rangle_C - |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B |\downarrow\rangle_C)$$

wobei $|\uparrow\rangle_A$ der Eigenzustand von $\hat{\sigma}_z^A$ zum Eigenwert +1 und $|\downarrow\rangle_A$ der Eigenzustand zum Eigenwert -1 bedeutet. Zeigen Sie, dass $|\psi\rangle_{\text{GHZ}}$ Eigenzustand folgender Observablen ist

$$\hat{\sigma}_y^A \hat{\sigma}_y^B \hat{\sigma}_x^C, \quad \hat{\sigma}_y^A \hat{\sigma}_x^B \hat{\sigma}_y^C, \quad \hat{\sigma}_x^A \hat{\sigma}_y^B \hat{\sigma}_y^C, \quad \hat{\sigma}_x^A \hat{\sigma}_x^B \hat{\sigma}_x^C.$$

Was sind die jeweiligen Eigenwerte? Diskutieren Sie das nichtklassische Verhalten von $|\psi\rangle_{\text{GHZ}}$. Überlegen Sie dazu welches Resultat Sie bei einer Messung von $\hat{\sigma}_x^A \hat{\sigma}_x^B \hat{\sigma}_x^C$ *klassisch* erwarten würden, das heißt wenn Sie für die Spins klassische Zufallsvariablen annehmen würden und eine vorhergehende Messung von $\hat{\sigma}_y^A \hat{\sigma}_y^B \hat{\sigma}_x^C$, $\hat{\sigma}_y^A \hat{\sigma}_x^B \hat{\sigma}_y^C$ und $\hat{\sigma}_x^A \hat{\sigma}_y^B \hat{\sigma}_y^C$ das quantenmechanische Ergebnis von oben lieferte.

Aufgabe 49. *Zwei Spin-1 Teilchen*

Ein System aus zwei *unterscheidbaren* Spin-1 Teilchen (ohne Bahndrehimpuls) kann die Eigenwerte $S = 0, 1, 2$ des Quadrates des Gesamtspins $\hat{S}^2 = \hat{\vec{S}} \cdot \hat{\vec{S}}$ mit $\hat{\vec{S}} = \hat{\vec{S}}_1 + \hat{\vec{S}}_2$ haben. Welche Einschränkungen ergeben sich für *ununterscheidbare* Spin-1 Teilchen? Konstruieren Sie die gemeinsamen Eigenzustände von $\hat{S}^2$ und $\hat{S}_z$ des Teilchenpaares in $\mathcal{H}^{\text{sym}} \otimes \mathcal{H}$ aus den Eigenzuständen $\{|-1\rangle, |0\rangle, |1\rangle\}$ der entsprechenden Observablen für ein einzelnes Teilchen.

Bitte wenden!

Aufgabe 50. *Zwei Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen im Kastenpotential*

Zwei Spin- $\frac{1}{2}$ Teilchen bewegen sich in einem unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq L \\ \infty & x < 0, x > L. \end{cases} \quad (1)$$

- (a)** Wie lautet die Grundzustandsenergie im Spin-Triplet Zustand?
- (b)** Wie lautet die Grundzustandsenergie im Spin-Singlet Zustand?
- (c)** Man betrachte nun in niedrigster Ordnung Störungstheorie eine Wechselwirkung

$$V_1(x_1, x_2) = -\lambda \delta(x_1 - x_2) \quad \text{mit } \lambda > 0. \quad (2)$$

Welchen Einfluss hat die Störung im Fall (a) und welchen im Fall (b)?