Hinweis zur Übungsabgabe: Aufgaben, welche mit einem kleinem Haus ☗ versehen sind, sollen als Hausaufgabe bearbeitet werden. Die Übungsblätter bitte in die vorgesehenen Briefkästen im 5. Stock, Gebäude 46 einwerfen.

☗ **Aufgabe 42.** *Spinpräzession*
Man betrachte ein Spin-1/2 Teilchen in einem äußeren Magnetfeld $\vec{B}(t) = (0, 0, B(t))$. Bei Vernachlässigung der Bewegung des Teilchens lautet der Hamiltonoperator

$$\hat{H} = \frac{2\mu}{\hbar}\vec{B}(t) \cdot \hat{\vec{S}}. \tag{1}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei der Zustand des Teilchens gegeben durch den zwei-komponentigen Vektor

$$\chi(0) = \alpha\chi_+ + \beta\chi_-, \tag{2}$$

wobei $\chi_\pm$ die Eigenzustände von $\hat{S}_z$ mit Eigenwerten $\pm\hbar/2$ bedeuten. Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle\hat{S}_x(t)\rangle$, $\langle\hat{S}_y(t)\rangle$ und $\langle\hat{S}_z(t)\rangle$.

☗ **Aufgabe 43.** *magnetische Resonanz*

Man betrachte wiederum ein Spin-1/2 Teilchen in einem äußeren Magnetfeld aus der Aufgabe 42. Es sei nun $B(t) = (-B_\perp\cos(\omega t), B_\perp\sin(\omega t), B_\parallel)$. Der Zustand des Teilchens zur Zeit t kann in der Form

$$\chi(t) = \alpha(t)\chi_+ + \beta(t)\chi_-, \tag{3}$$

geschrieben werden.

(a) Zeigen Sie, dass aus der Schrödingergleichung für $\chi(t)$ mit dem Hamiltonoperator $\hat{H}$ aus Gleichung (1) die Matrixgleichung folgt

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} \Omega_\parallel & \Omega_\perp e^{i\omega t} \\ \Omega_\perp e^{-i\omega t} & -\Omega_\parallel \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha(t) \\ \beta(t) \end{pmatrix}, \tag{4}$$

mit $\hbar\Omega_\parallel = \mu B_\parallel$ und $\hbar\Omega_\perp = \mu B_\perp$.

(b) Lösen Sie (4) mit den Anfangsbedingungen $\alpha(0) = 1, \beta(0) = 0$.

(c) Unter welcher Bedingung an die Frequenz ω und zu welchen Zeiten gilt $\chi(t) \propto \chi_-$?