Quantentheorie: Übungen **Prof. M. Fleischhauer** **WS 2016**

5. Übungsblatt Abgabe: 23.11.16, 12:00 Uhr

Hinweis zur Übungsabgabe: Aufgaben, welche mit einem kleinem Haus ☗ versehen sind, sollen als Hausaufgabe bearbeitet werden. Die Übungsblätter bitte in die vorgesehenen Briefkästen im 5. Stock, Gebäude 46 einwerfen.

☗ **Aufgabe 16.** *Streuung an Kastenbarriere*
Ein Teilchen der Masse m bewege sich entlang der x-Achse im Potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } |x| > a \\ V_0 & \text{für } |x| \leq a. \end{cases}$$

Für ein Teilchen, das sich von $x = -\infty$ mit vorgegebener Energie $E > 0$ auf die Barriere zubewegt, hat die stationäre Wellenfunktion die Form

$$\phi(x) = \begin{cases} e^{ikx} + re^{-ikx} & \text{für } x < -a \\ \beta_+ e^{Kx} + \beta_- e^{-Kx} & \text{für } -a \leq x \leq a \\ te^{ikx} & \text{für } x > a. \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsstromdichte des einfallenden, des reflektierten und des transmittierten Teils der Wellenfunktion.

(b) Wie groß sind Reflektions- und Transmissionsvermögen für $0 < E < V_0$ sowie für $E > V_0$

$$R := \left| \frac{j_{\text{refl}}}{j_0} \right|, \qquad T := \left| \frac{j_{\text{trans}}}{j_0} \right| \quad ?$$

(c) Wie groß ist T für $E = V_0$?

Aufgabe 17. *Doppel-Delta-Potential*
Es werden zwei identische attraktive Delta Potentiale im Abstand d voneinander betrachtet:

$$V(x) = -F\left(\delta(x - \frac{d}{2}) + \delta(x + \frac{d}{2})\right),$$

wobei $F > 0$ sei. Lösen Sie die stationäre Schrödingergleichung in den drei Teilgebieten $-\infty < x \leq -d/2$, $-d/2 \leq x \leq d/2$, $d/2 \leq x < \infty$. Finden Sie die gebundenen Zustände und die dazugehörigen Energien.

Aufgabe 18. *Hermitesche Polynome*
Beweisen Sie, dass $e^{2\lambda\xi-\lambda^2}$ erzeugende Funktion der Hermiteschen Polynome ist, d. h., dass gilt:

$$e^{2\lambda\xi-\lambda^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} H_n(\xi).$$

Zeigen Sie damit die Symmetrieeigenschaft $H_n(-\xi) = (-1)^n H_n(\xi)$ und weiterhin, dass die Hermiteschen Polynome folgende Gleichungen erfüllen:

$$H_n^{'}(\xi) = 2nH_{n-1}(\xi),$$
$$2\xi H_n(\xi) = 2nH_{n-1}(\xi) + H_{n+1}(\xi).$$