Hinweis: Bitte laden Sie Ihre Übungsabgabe im Olat-Kurs unter „Übungsaufgaben“ hoch. Nur die mit einem ☗ gekennzeichneten Aufgaben müssen eingereicht werden.

☗ **Aufgabe 27.** *Radialimpuls* (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass für den Operator des Abstandes vom Ursprung $\hat{r}$ und die Radialkomponente des Impulses $\hat{p}_r$ gilt:

$$[\hat{r}, \hat{p}_r] = i\hbar \tag{1}$$

$$[\hat{p}_r, \hat{\vec{L}}^2] = 0. \tag{2}$$

☗ **Aufgabe 28.** *Quantenpunkt* (8 Punkte)
Ein kugelförmiger Halbleiter-Quantenpunkt kann durch ein freies Elektronengas in einem Zentralpotential

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } r \leq R \\ \infty & \text{für } r > R \end{cases} \tag{3}$$

beschrieben werden. Bestimmen Sie die stationären Zustände der Einteilchen Schrödingergleichung im Potential $V(r)$ und die zugehörigen Energien. Wie groß ist der Entartungsgrad der Eigenzustände?

Aufgabe 29. *sphärischer harmonischer Oszillator*
Betrachten Sie den dreidimensionalen isotropen harmonischen Oszillator

$$V(r) = \frac{1}{2} m\omega^2 r^2. \tag{4}$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen (ohne Normierung) in sphärischen Polarkoordinaten mit dem Ansatz

$$\phi_E(\vec{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_l^m(\vartheta, \varphi). \tag{5}$$

Führen Sie dazu normierte Koordinaten $y = r/b$ und $E = \epsilon\hbar\omega$ ein, wobei $b^2 = \hbar/m\omega$, und verwenden Sie den Ansatz

$$u_l = y^{l+1} v(\rho) \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right), \qquad \rho = y^2, \tag{6}$$

der sich aus dem asympotischen Verhalten der stationären Wellenfunktion ergibt. Für $v(\rho)$ sollten Sie die assozierten Laguerrepolynome erhalten.