Hinweis: Bitte laden Sie Ihre Übungsabgabe im Olat-Kurs unter „Übungsaufgaben“ hoch. Nur die mit einem ☗ gekennzeichneten Aufgaben müssen eingereicht werden.

☗ **Aufgabe 38.** *Ritzsches Variationsverfahren* (6 Punkte)
Es werde erneut das Doppel-Delta-Potential aus Aufgabe 16 betrachtet. Berechnen Sie die Energien der gebundenen Zustände mit Hilfe des Ritzschen Variationsverfahrens. Benutzen Sie dazu den Ansatz

$$\phi(x) = \alpha_1 \phi_0(x - d/2) + \alpha_2 \phi_0(x + d/2)$$

($\alpha_1, \alpha_2 \in \mathbb{C}$) wobei ϕ_0 die stationäre Wellenfunktion für ein einzelnes Delta-Potential sei.

☗ **Aufgabe 39.** *Greenberger-Horne-Zeilinger-Zustand* (8 Punkte)
Gegeben sei ein Zustand für 3 unterscheidbare Spin-1/2 Teilchen

$$|\psi\rangle_{\mathrm{GHZ}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\Big(|\uparrow\rangle_{\mathrm{A}} |\uparrow\rangle_{\mathrm{B}} |\uparrow\rangle_{\mathrm{C}} - |\downarrow\rangle_{\mathrm{A}} |\downarrow\rangle_{\mathrm{B}} |\downarrow\rangle_{\mathrm{C}} \Big)$$

wobei $|\uparrow\rangle_{\mathrm{A}}$ der Eigenzustand von $\hat{\sigma}_z^{\mathrm{A}}$ zum Eigenwert $+1$ und $|\downarrow\rangle_{\mathrm{A}}$ der Eigenzustand zum Eigenwert -1 bedeutet. Zeigen Sie, dass $|\psi\rangle_{\mathrm{GHZ}}$ Eigenzustand folgender Observablen ist

$$\hat{\sigma}_y^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{C}}, \quad \hat{\sigma}_y^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{C}}, \quad \hat{\sigma}_x^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{C}}, \quad \hat{\sigma}_x^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{C}}.$$

Was sind die jeweiligen Eigenwerte? Diskutieren Sie das nichtklassische Verhalten von $|\psi\rangle_{\mathrm{GHZ}}$. Überlegen Sie dazu welches Resultat Sie bei einer Messung von $\hat{\sigma}_x^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{C}}$ *klassisch* erwarten würden, das heißt wenn Sie für die Spins klassische Zufallsvariablen annehmen würden und eine vorhergehende Messung von $\hat{\sigma}_y^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{C}}$, $\hat{\sigma}_y^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_x^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{C}}$ und $\hat{\sigma}_x^{\mathrm{A}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{B}} \hat{\sigma}_y^{\mathrm{C}}$ das quantenmechanische Ergebnis von oben lieferte.

☗ **Aufgabe 40.** *Zwei Spin-1 Teilchen* (6 Punkte)
Ein System aus zwei *unterscheidbaren* Spin-1 Teilchen (ohne Bahndrehimpuls) kann die Eigenwerte $S = 0, 1, 2$ des Quadrates des Gesamtspins $\hat{S}^2 = \hat{\vec{S}} \cdot \hat{\vec{S}}$ mit $\hat{\vec{S}} = \hat{\vec{S}}_1 + \hat{\vec{S}}_2$ haben. Welche Einschränkungen ergeben sich für *ununterscheidbare* Spin-1 Teilchen? Konstruieren Sie die gemeinsamen Eigenzustände von $\hat{S}^2$ und $\hat{S}_z$ des Teilchenpaares in $\mathcal{H} \overset{sym}{\otimes} \mathcal{H}$ aus den Eigenzuständen $\{|-1\rangle, |0\rangle, |1\rangle\}$ der entsprechenden Observablen für ein einzelnes Teilchen.

Aufgabe 41. *Zwei Spin-$\frac{1}{2}$ Teilchen im Kastenpotential*
Zwei Spin-$\frac{1}{2}$ Teilchen bewegen sich in einem unendlich hohen eindimensionalen Kastenpotential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq L \\ \infty & x < 0, x > L. \end{cases} \tag{1}$$

(a) Wie lautet die Grundzustandsenergie im Spin-Triplet Zustand?

(b) Wie lautet die Grundzustandsenergie im Spin-Singlet Zustand?

(c) Man betrachte nun in niedrigster Ordnung Störungstheorie eine Wechselwirkung

$$V_1(x_1, x_2) = -\lambda\delta(x_1 - x_2) \qquad\qquad \text{mit } \lambda > 0. \tag{2}$$

Welchen Einfluss hat die Störung im Fall (a) und welchen im Fall (b)?