

Hinweis: Bitte laden Sie Ihre Übungsabgabe im Olat-Kurs unter „Übungsaufgaben“ hoch. Nur die mit einem ♣ gekennzeichneten Aufgaben müssen eingereicht werden.

♣ **Aufgabe 25.** *Radialimpuls* (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass für den Operator des Abstandes vom Ursprung \hat{r} und die Radialkomponente des Impulses \hat{p}_r gilt:

$$[\hat{r}, \hat{p}_r] = i\hbar \quad (1)$$

$$[\hat{p}_r, \hat{L}^2] = 0. \quad (2)$$

♣ **Aufgabe 26.** *Quantenpunkt* (8 Punkte)

Ein kugelförmiger Halbleiter-Quantenpunkt kann durch ein freies Elektronengas in einem Zentralpotential

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{für } r \leq R \\ \infty & \text{für } r > R \end{cases} \quad (3)$$

beschrieben werden. Bestimmen Sie die stationären Zustände der Einteilchen Schrödingergleichung im Potential $V(r)$ und die zugehörigen Energien. Wie groß ist der Entartungsgrad der Eigenzustände?

Aufgabe 27. *sphärischer harmonischer Oszillator*

Betrachten Sie den dreidimensionalen isotropen harmonischen Oszillator

$$V(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2. \quad (4)$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenfunktionen (ohne Normierung) in sphärischen Polarkoordinaten mit dem Ansatz

$$\phi_E(\vec{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_l^m(\vartheta, \varphi). \quad (5)$$

Führen Sie dazu normierte Koordinaten $y = r/b$ und $E = \epsilon\hbar\omega$ ein, wobei $b^2 = \hbar/m\omega$, und verwenden Sie den Ansatz

$$u_l = y^{l+1} v(\rho) \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right), \quad \rho = y^2, \quad (6)$$

der sich aus dem asymptotischen Verhalten der stationären Wellenfunktion ergibt. Für $v(\rho)$ sollten Sie die assoziierten Laguerrepolynome erhalten.