Hinweis: Bitte laden Sie Ihre Übungsabgabe im Olat-Kurs unter „Übungsaufgaben“ hoch. Nur die mit einem ☗ gekennzeichneten Aufgaben müssen eingereicht werden.

☗ **Aufgabe 36.** *Zeemaneffekt - Störungstheorie* (8 Punkte)
Das magnetische Moment eines Elektrons in einem Zentralpotential setzt sich zusammen aus einem Bahndrehimpuls und einem Spinanteil:

$$\hat{\vec{\mu}} = \mu_B(\hat{\vec{L}} + 2\hat{\vec{S}})$$

wobei $\mu_B := e\hbar/2m$ das Bohrsche Magneton bedeutet. Die Energie dieses magnetischen Moments in einem Magnetfeld $\vec{B}$ ist

$$\hat{H}_Z = -\hat{\vec{\mu}} \cdot \vec{B}.$$

Für kleine Magnetfeldstärken führt $\hat{H}_Z$ zu einer Aufspaltung der entarteten Zustände mit festem l und j. Berechnen Sie diese Aufspaltung in einem konstanten, homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ für $l = 1$ und $j = l - s = 1/2$ in erster Ordnung Störungstheorie.

☗ **Aufgabe 37.** *modifiziertes Coulombpotential - Störungstheorie* (8 Punkte)
Aufgrund quantenelektrodynamischer Korrekturen ist das Coulombpotential bei kleinen Abständen gemäß

$$\frac{1}{r} \to \frac{1}{r}\left[1 + \frac{\alpha}{3\pi}\int_0^1 \frac{dy}{y}\left(1 + \frac{1}{2}y\right)\sqrt{1-y}\ \exp\left\{-\frac{r/a_e}{\alpha\sqrt{y}}\right\}\right]$$

modifiziert, wobei $\alpha = 1/137.036...$ die Feinstrukturkonstante und a_e der Bohrsche Radius ist. Berechnen Sie in erster Ordnung Störungstheorie die Verschiebung der Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms. Der Spin des Elektrons und die damit zusammenhängende Entartung sind hierbei irrelevant und sollen vernachlässigt werden.
Hinweis: Benutzen Sie zur Approximation des auftretenden Integrals, dass $\alpha \ll 1$ ist und

$$\int_0^1 dy\left(1 + \frac{1}{2}y\right)\sqrt{1-y} = \frac{4}{5}.$$

Aufgabe 38. *anharmonischer Oszillator*
Betrachten Sie einen eindimensionalen harmonischen Oszillator mit einer kleinen anharmonischen Störung $\hat{H}_1$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$$
$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega_0^2 \hat{x}^2$$
$$\hat{H}_1 = \alpha\sqrt{2}\frac{\hat{x}^3}{l_0^3}$$

wobei $l_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_0}}$ die Oszillatorlänge bedeutet und α eine positive Größe ist.

Berechnen Sie die Energiekorrektur des Grundzustandes von $\hat{H}_0$ durch die Störung $\hat{H}_1$ in niedrigster *nicht verschwindender* Ordnung der Störungstheorie.
Hinweis: Benutzen Sie, dass ein Produkt aus k Aufsteigeoperatoren $\hat{a}^\dagger$ und l Absteigeoperatoren $\hat{a}$ in beliebiger Reihenfolge angewandt auf einen Eigenzustand $|n\rangle$ von $\hat{a}^\dagger\hat{a}$ einen Zustand proportional $|n + k - l\rangle$ liefert.