Aufgabe 18.

Zeigen Sie, dass $S(x,x') = -i\langle 0|T\hat{\Psi}(x)\hat{\bar{\Psi}}(x')|0\rangle$ die Greensche Funktion der Dirac-Gleichung ist, d.h. das gilt:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\, S\,(x,x') = \delta^{(4)}(x-x').$$

Aufgabe 19.

Zeigen Sie, dass für die Fouriertransformierte des Propagators des neutralen Klein-Gordon Feldes $\hat{\phi}(x)$ gilt:

$$-i\int d^4x e^{iqx}\langle 0|T\hat{\phi}(x)\hat{\phi}(0)|0\rangle = \frac{1}{q^2 - m^2 + i\epsilon},$$

wobei $x = (t, \mathbf{r})$ und $q = (q_0, \mathbf{q})$ bedeuten und $q^2 = q_0^2 - \mathbf{q}\cdot\mathbf{q}$.

Aufgabe 20. relativistischer Pionenzerfall

Das neutrale Pion, π^0, zerfällt normalerweise in zwei Photonen, es kann aber auch in ein Elektron-Positron Paar zerfallen. Die effektive Hamiltonichte dafür ist:

$$\mathcal{H}_{int} = ig\bar{\Psi}(x)\gamma^5\Psi(x)\phi(x)$$

wobei ϕ das π^0 Feld (neutrales Klein-Gordon Feld) und Ψ das Elektron-Positron Feld bedeuten.

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{H}_{int}$ hermitesch ist.

(b) Berechnen Sie das Streumatrixelement des Zerfalls $\pi^0 \to e^- + e^+$ in niedrigster Ordnung Störungstheorie.

(c) Berechnen Sie die Zerfallrate, wobei wegen $m_{\pi^0} = 135\text{MeV} \gg m_e = 0.511\text{MeV}$, $m_e \approx 0$ gesetzt werden kann.