

Hinweis zur Übungsabgabe: Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als pdf Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

Aufgabe 44. *Dipol- und Quadrupol eines homogen geladenen Würfels (6 Punkte)*

Gegeben sei ein homogen geladener Würfel der Gesamtladung q und der Kantenlänge a . Berechnen Sie das Dipolmoment \vec{p} sowie die Komponenten des Quadrupoltensors Q_{ij} bzgl.

- (a) des Schwerpunktes,
- (b) eines Eckpunktes des Würfels.

Aufgabe 45. *Poisson–Gleichung in 1D (6 Punkte)*

In dimensionslosen Einheiten lautet die eindimensionale Poisson–Gleichung für das Potential $y(x)$ einer Ladungsverteilung $f(x)$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -f(x).$$

Bestimmen Sie für die Ladungsverteilung

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

im Intervall $0 \leq x \leq 2$ eine Lösung, die die Randbedingungen $y(0) = y(2) = 0$ erfüllt. Skizzieren Sie die Lösung und bestimmen Sie die Position und den Wert des maximalen Potentials.

Aufgabe 46. *Homogen geladener Zylinder (6 Punkte)*

Gegeben sei eine unendlich lange, homogene, zylinderförmige Ladungsverteilung mit Ladung pro Längeneinheit λ und Radius R .

- (a) Wie groß ist die Ladungsdichte $\varrho(\vec{r})$?
- (b) Bestimmen Sie das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ durch Lösung der Poisson–Gleichung in geeigneten Koordinaten innerhalb und außerhalb der Ladungsverteilung.

Aufgabe 47. *Quadrupol eines homogen geladenen Kreisringes (6 Punkte)*

Die Ladungsdichte eines homogen geladenen Kreisrings (Radius R , Gesamtladung q) lässt sich in Zylinderkoordinaten als

$$\varrho(\vec{r}) = \frac{q}{2\pi R} \delta(\rho - R) \delta(z)$$

schreiben. Berechnen Sie Dipolmoment \vec{p} und Quadrupolmoment $Q = (Q_{jk})$ mit

$$Q_{jk} = \int (3r_j r_k - r^2 \delta_{jk}) \varrho(\vec{r}) d^3 r = Q_{kj}$$

und $\vec{r} = (r_1, r_2, r_3) = (x, y, z)$.