**Hinweis zur Übungsabgabe:** Alle Aufgaben sind schriftlich zu bearbeiten. Die *handschriftlichen* Lösungen bitte als pdf Dokument in die vorgesehenen Ordner in OLAT hochladen.

**Aufgabe 15.** *Partielle Ableitungen (6 Punkte)*
Bestimmen Sie die partiellen Ableitungen 1. und 2. Ordnung (auch die gemischten zweiten Ableitungen) für folgende Funktionen

**(a)** $f(x,y) = x^4 - 5xy^2$
**(b)** $f(x,y) = A(x)\cos(\omega y)$ mit $\omega \in \mathbb{R} = const$
**(c)** $g(x,y,z) = \frac{1}{x^2+y^2+z^2} + ax$ mit $a \in \mathbb{R} = const$

*Hinweis*: Man kann sich die Arbeit erleichtern, indem man die partiellen Ableitungen als $f_x$ usw. schreibt und in Teil (c) die Abkürzung $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ verwendet!

**Aufgabe 16.** *Massenpunkt im 1D Potential (6 Punkte)*
Betrachten Sie die Bewegung eines Massenpunktes der Masse $m = 1$ in einem eindimensionalen Potential

$$V(x) = -x^4 + x^2. \tag{1}$$

**(a)** Skizzieren Sie das Potential. Für welche Werte der Energie $E$ liegt eine gebundene Bewegung vor?
**(b)** Zeigen Sie, dass die Periodendauer $T$ für die maximale Energie $E_{\max}$ für die noch eine gebundene Bewegung auftritt unendlich wird.
**(c)** Berechnen Sie $x = x(t)$ für den in Teil (b) betrachteten Fall mit der Anfangsbedingung $x(0) = 0$.

**Aufgabe 17.** *Wegintegral (6 Punkte)*
Gegeben ist das Vektorfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = (6x^2y^2z, 4x^3yz, \lambda x^3y^2) \qquad \vec{r} = (x,y,z) \tag{2}$$

**(a)** Berechnen Sie das Kurvenintegral $I_j = \int_{C_j} \vec{F}(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r}$ über die beiden Wege $C_j$ von $(0,0,0)$ nach $(1,1,1)$: $j = 1$: gerade Linie, $j = 2$: Kurve $y = x^2$, $z = x^4$. Für welchen Wert $\lambda_0$ des Parameters $\lambda$ haben die beiden Kurvenintegrale den gleichen Wert?
**(b)** Berechnen Sie die Rotation rot$\vec{F}$ des Feldes $\vec{F}(\vec{r})$. Was ergibt sich für den Fall $\lambda = \lambda_0$?
**(c)** Bestimmen Sie für $\lambda = \lambda_0$ das Potential $V$ , so dass gilt $\vec{F} = -\nabla V$.

**Bitte wenden!**

**Aufgabe 18.** *Wurfparabel auf dem sterbenden Asteroiden (6 Punkte)*
Wir befinden uns auf einem Asteroiden, der konstant an Masse verliert. Die Schwerebeschleunigung auf seiner Oberfläche ist daher nicht konstant, sondern verringert sich mit der Zeit gemäß

$$g(t) = g_0 e^{-\gamma t} \qquad \gamma, g_0 > 0. \tag{3}$$

Betrachten Sie den schrägen Wurf einer Punktmasse $m$ von der Oberfläche $z = 0$ bei $t = 0$ mit Anfangsgeschwindigkeit $v_{0x}$ und $v_{0z}$ in horizontale und vertikale Richtung.

**(a)** Bestimmen Sie die Bahnkurve $x(t)$ und $z(t)$ bis zum Wiederauftreffen auf die Oberfläche bei $z = 0$.

**(b)** Wie sieht die "deformierte Wurfparabel" $z = z(x)$ aus?

**(c)** Was ist die Wurfhöhe?