Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

☗ **Aufgabe 40.** Freies Teilchen
In der Quantenmechanik wird ein freies Teilchen der Masse m, das sich in x-Richtung bewegt, durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x,t) = Ae^{i(px-Et)/\hbar} \tag{1}$$

beschrieben. p ist hierbei der Impuls und $E = p^2/2m$ die kinetische Energie des Teilchens. Berechnen Sie die Gruppengeschwindigkeit und die Phasengeschwindigkeit. Welche dieser Geschwindigkeiten entspricht der klassischen Geschwindigkeit des Teilchens?

Aufgabe 41. Abstrahlcharakteristik
Gegeben sei eine Punkladung q der Masse m, die sich entlang der z-Achse bewegen kann. Sie wird durch eine Kraft $\vec{F} = -kz\vec{e}_z$ an den Ursprung gebunden. Zu einem Zeitpunkt $t = 0$ werde sie um den Betrag z_0 ausgelenkt. Aufgrund der Abstrahlung elektromagnetischer Energie ist die Bewegung des Elektrons eine gedämpfte Schwingung. Da die Abstrahlung gering ist kann diese Schwingung durch den Ansatz

$$z(t) = z_0 \cos(\omega t) \exp(-\gamma t) \tag{2}$$

beschrieben werden, wobei ω die Resonanzfrequenz der ungestörten Schwingung ist und $\gamma \ll \omega$.

☗ **(a)** Berechnen Sie die in den Raumwinkel $\mathrm{d}\Omega$ abgestrahlte Leistung (in Dipolnäherung).

(b) Bestimmen Sie γ indem Sie den über eine Schwingungsperiode gemittelten Energieverlust pro Zeit des Oszillators mit der mittleren abgestrahlten Leistung vergleichen.

Hinweis: Drücken Sie die Energie E der schwingenden Ladung sowie deren zeitliche Änderung $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ durch $z(t)$ und seine Zeitableitungen aus und verwenden Sie obigen Ansatz (2).

☗ **Aufgabe 42.** Negative Brechung
Für elektromagnetische Felder existieren Wellenlösungen falls $\epsilon' > 0$ und $\mu' > 0$ oder $\epsilon' < 0$ und $\mu' < 0$ wobei

$$\epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' \qquad \mu = \mu' + i\mu'' \tag{3}$$

(a) Unter der Annahme kleiner Verluste, d.h., $0 < \epsilon'' < |\epsilon'|$ und $0 < \mu'' < |\mu'|$ berechne man näherungsweise für $\epsilon' < 0$ und $\mu' < 0$

$$n^2 = \frac{\epsilon\mu}{\epsilon_0\mu_0} \tag{4}$$

bis zur ersten Ordnung in ϵ'' bzw. μ''.

(b) Berechnen Sie dann die komplexen Wurzeln von (4) und begründen Sie, warum in niedrigster Ordnung in ϵ'' bzw. μ'' die physikalisch korrekte Wurzel

$$n = -\sqrt{\frac{\epsilon'\mu'}{\epsilon_0\mu_0}} \tag{5}$$

ist.