Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 36. Fourierintegral
Ist der Definitionsbereich einer Funktion $f(x)$ die gesamte relle Achse und ist $f(x)$ quadratisch integrierbar, kann die Funktion durch eine Fourierintegral dargestellt werden

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi}\, \mathrm{e}^{ikx}\, \widetilde{f}(k).$$

Berechnen Sie die Fourierdarstellung von

$$\begin{aligned}
☗ \quad f_1(x) &= \begin{cases} f_0 \cos(k_0 x) & \text{für} \quad |x| \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \\
f_2(x) &= \frac{f_0}{1 + (x/a)^2}, \\
f_3(x) &= f_0\, \mathrm{e}^{-(x/a)^2} \cos(k_0 x)
\end{aligned}$$

(*Hinweis:* f_2 Residuenintegration, f_3 komplexes Gaußsches Integral)

☗ **Aufgabe 37.** Fourierreihe
Eine auf dem Intervall $[-L, L]$ definierte, stückweise stetige Funktion $f(x)$ läßt sich durch eine Fourierreihe

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k\pi x}{L} + b_k \sin \frac{k\pi x}{L} \right)$$

darstellen, wobei

$$a_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} dx\, f(x) \cos \frac{k\pi x}{L} \quad \text{und} \quad b_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} dx\, f(x) \sin \frac{k\pi x}{L}$$

die Fourierkoeffizienten bedeuten. Bestimmen Sie a_k und b_k für

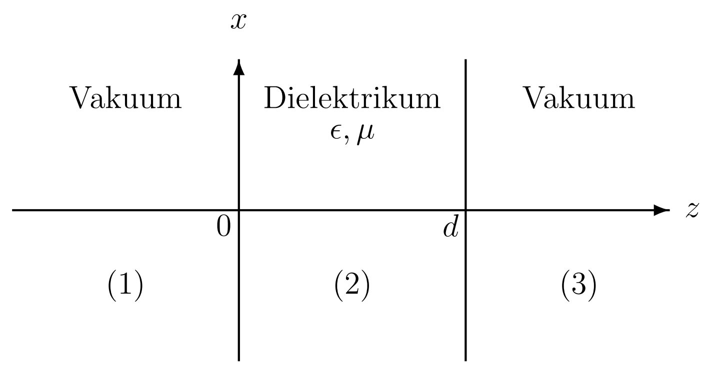
$$f(x) = \begin{cases} L + x & \text{für} \quad -L \leq x \leq 0 \\ L - x & \text{für} \quad 0 \leq x \leq L \end{cases}.$$

Bitte wenden!

Aufgabe 38.
Eine ebene elektromagnetische Welle trifft senkrecht auf ein Dielektrikum der Dicke d mit Dielektrizitätskonstanten ϵ und magnetischer Permeabilität μ. Die einfallende elektrische Welle breite sich in z-Richtung aus und sei in x-Richtung polarisiert:

$$\vec{\mathcal{E}}_I^{(1)} = \mathcal{E}_{I0}^{(1)} \vec{e}_x \exp[i(kz - \omega t)] \tag{1}$$

Die Grenzflächen des Dielektrikums seien bei $z = 0$ und $z = d$ (siehe Skizze).



- **(a)** Machen Sie einen geeigneten Wellenansatz für die elektrischen Felder $\vec{\mathcal{E}}_T^{(2)}$ und $\vec{\mathcal{E}}_T^{(3)}$ der in die Bereiche (2) und (3) durchgelassenen elektromagnetischen Wellen, sowie für die elektrischen Felder $\vec{\mathcal{E}}_R^{(1)}$ und $\vec{\mathcal{E}}_R^{(2)}$, die an den Grenzflächen in die Bereiche (1) und (2) reflektiert werden. Wie lautet der Betrag k_m des Wellenvektors im Dielektrikum in Abhängigkeit von k, ϵ und μ.
- **(b)** Wie lauten die magnetischen Felder zu den jeweiligen elektrischen Feldern?
- **(c)** Leiten Sie Gleichungen für die Amplituden der elektrischen Felder aus den Anschlußbedingungen für die $\vec{\mathcal{E}}$- und $\vec{\mathcal{H}}$-Felder ab.
- **(d)** Lösen Sie die unter c) abgeleiteten Gleichungen für die Komponente $\mathcal{E}_{R0}^{(1)}$ für den Spezialfall $k_m\, d = \pi$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 39.
Eine ebene monochromatische Welle der Frequenz ω fällt senkrecht (d.h. in z-Richtung) auf eine ebene Metallfläche der Leitfähigkeit σ auf. Elektrisches und magnetisches Feld klingen innen gemäß

$$E \sim \exp\left\{ i\frac{\omega}{c}(n + i\kappa)z - i\omega t - i\frac{\pi}{4} \right\} \tag{2}$$

$$B \sim \exp\left\{ i\frac{\omega}{c}(n + i\kappa)z - i\omega t \right\} \tag{3}$$

ab, wobei $n \approx \kappa = \sqrt{2\pi\sigma/\omega}$ ist. Ausgehend von der Kraftdichte

$$\vec{f} = \vec{j} \times \vec{B} \tag{4}$$

berechne man den Strahlungsdruck p, den die Welle auf das Metall im zeitlichen Mittel ausübt.