Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 26.
Betrachten Sie eine dielektrische Kugel mit Radius a und Dielektrizitätskonstante ε umgeben von Vakuum, d. h. $\varepsilon = \varepsilon_0$. Jetzt werde ein äußeres homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_z$ angeschaltet.

☗ **(a)** Zeigen Sie, dass die Stetigkeit der Tangentialkomponente von $\vec{E}$ und der Normalkomponente von $\vec{D}$ folgende Randbedingungen für das Potential Φ implizieren:

$$\left.\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\right|_{r=a-0} = \left.\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}\right|_{r=a+0} \tag{1}$$

$$\varepsilon\left.\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right|_{r=a-0} = \varepsilon_0\left.\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right|_{r=a+0} \tag{2}$$

(b) Berechnen Sie unter Ausnutzung der Symmeterie des Problems sowie der Randbedingungen das elektrostatische Potential Φ und das elektrische Feld $\vec{E}$ im Innen- und Außenraum der Kugel.

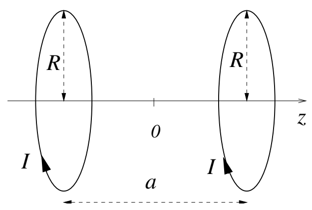
(c) Berechnen Sie die Polarisation $\vec{P}$ der Kugel sowie die Oberflächendichte der Polarisationsladungen.

(d) Betrachten Sie nun die umgekehrte Situation einer kugelförmigen Vakuole vom Radius a mit ε_0 in einem homogenen Dielektrikum ε bei Vorhandensein eines homogenen elektrischen Feldes.

Aufgabe 27.
Gegeben seien zwei kreisförmige Leiter (Radius R) mit Abstand a durch die ein Strom I fließt (Helmholtz-Spulen, siehe Skizze).

☗ **(a)** Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ auf der z-Achse (Biot-Savart-Gesetz).

(b) Unter welchen Bedingungen für R und a ist das Feld auf der z-Achse im Mittelpunkt zwischen den Spulen annähernd homogen?



Aufgabe 28.
Betrachten Sie einen Punktdipol $\vec{p} = p\vec{e}_z$ im Mittelpunkt einer dielektrischen Kugel mit Radius R und Dielektrizitätskonstante $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$. Zeigen Sie, dass das Potential im Inneren bzw. im Äußeren der Kugel gegeben ist durch

$$\phi_i(r) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon r^2}\left(1 + 2\frac{r^3}{R^3}\frac{(\epsilon_r - 1)}{(\epsilon_r + 2)}\right), \quad r \leq R, \tag{3}$$

$$\phi_a(r) = \frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon r^2}\left(\frac{3}{\epsilon_r + 2}\right), \quad r \geq R, \tag{4}$$