Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

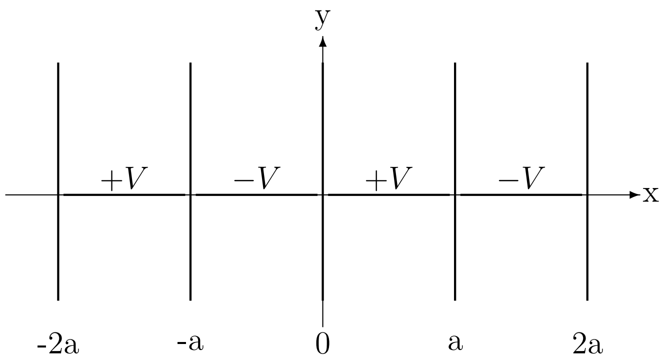
Aufgabe 16.
Gegeben sei eine Anordnung von unendlich ausgedehnten Flächen (geerdete Leiter) mit Abstand a parallel zur y, z-Ebene. Auf diesen verschwindet das Potential. Von den Flächen eingeschlossen sind Streifen der x, z-Ebene, die alternierend auf dem Potential $\phi = \pm V$ gehalten werden. Für $y = 0$ ist ϕ also durch eine Folge von Stufenfunktionen gegeben.

☗ **(a)** Begründen Sie, warum ϕ nicht von z abhängt. Warum genügt es, ϕ im Intervall $-a \leq x \leq a$ zu berechnen? Welchen Randbedingungen genügt ϕ für $|y| \to \infty$?

(b) Berechnen Sie das Potential $\phi(x, y, z)$ durch Entwicklung in Produkte von orthonormalen Funktionen der kartesischen Koordinaten in der Form (Separation)

$$\phi(x, y, z) = \sum_{\alpha\beta} A_{\alpha\beta} F_\alpha(x) G_\beta(y) \, .$$

Bestimmen Sie die Funktionen $F_\alpha(x)$ und $G_\beta(y)$ aus den Randbedingungen und berechnen Sie die Koeffizienten $A_{\alpha\beta}$. (*Hinweis:* Zur Bestimmung der $A_{\alpha\beta}$ genügt die Betrachtung von ϕ am Rand.)



Aufgabe 17.

☗ **(a)** Zeigen Sie durch explizite Entwicklung nach Potenzen von $1/r$ bis zu Gliedern der Ordnung $(1/r)^3$, dass gilt

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r} \right)^l P_l(\cos\theta) \tag{1}$$

für $r'/r < 1$. Hierbei ist θ der Winkel zwischen $\vec{r}$ und $\vec{r}'$.

(b) Zeigen Sie ferner explizit für die ersten 2 Glieder der Entwicklung (1), dass gilt

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{l} \frac{4\pi}{2l+1} \left(\frac{r'}{r} \right)^l Y^*_{lm}(\vartheta', \phi') Y_{lm}(\vartheta, \phi), \tag{2}$$

wobei r, ϑ und ϕ die Polarkoordinaten von $\vec{r}$ und r', ϑ' und ϕ' die entsprechenden Koordinaten von $\vec{r}'$ sind. Drücken Sie dazu den Winkel γ durch $\vartheta, \vartheta', \phi$ und ϕ' aus.

Bitte wenden!

Aufgabe 18.
Es sei eine Anordnung von zwei konzentrischen, unendlich dünnen Kugelschalen gegeben. Auf der inneren Schale mit Radius R_1 werde das Potential auf dem Wert $\phi = \phi_0 z^2/R_1^2 = \phi_0 \cos^2\vartheta$ gehalten, die äußere Schale mit Radius $R_2 > R_1$ habe das Potential $\phi = 0$. Berechnen Sie das Potential ϕ

- **(a)** innerhalb der inneren Schale,
- **(b)** zwischen den Schalen,
- **(c)** im Außenraum.