Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

☗ **Aufgabe 9.**
Betrachten Sie die Ladungsverteilung eines Wasserstoffatoms im s-Zustand

$$\rho(\vec{r}) = q_0 \left[\delta^{(3)}(\vec{r}) - \frac{1}{8\pi a^3} e^{-r/a} \right] , \tag{1}$$

wobei r der radiale Abstand vom Koordinatenursprung und a eine Konstante bedeuten. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$. Verwenden Sie dabei Eigenschaften von $\vec{E}$, die direkt aus der Symmetrie des Problems folgen. Wie groß ist die Gesamtladung q der Ladungsverteilung?

Hinweis: Das auftretende Integral kann wie folgt auf ein elementares zurückgeführt werden:

$$\int \mathrm{d}x \; x^n e^{-\alpha x} = \left(-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha} \right)^n \int \mathrm{d}x \; e^{-\alpha x} . \tag{2}$$

Aufgabe 10.
Bestimmen Sie das zum elektrostatischen Potential

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left[1 + \left(1 + \frac{r}{2R} \right) e^{-\frac{r}{R}} \right]$$

gehörige elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$. Berechnen Sie weiterhin die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$ und die Gesamtladung.

Aufgabe 11.
Berechnen Sie $-\nabla\phi$ und $\Delta\phi$ in sphärischen Polarkoordinaten für

$$☗\; \phi_1(\vec{r}) = \frac{\alpha}{2R} \left[3 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \Theta(R-r) + \frac{\alpha}{r} \Theta(r-R) \, , \tag{3}$$

$$\phi_2(\vec{r}) = \frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{r^2} \cos\theta \, , \tag{4}$$

$$\phi_3(\vec{r}) = \frac{\alpha}{r} - \frac{\beta}{r^3} x \, . \tag{5}$$

Die Größen α, β und R sind Konstanten und $\vec{r} = (x, y, z)$. $\Theta(x-y)$ ist die Stufenfunktion. Sie ist gleich 1 für $x \geq y$ und gleich 0 für $x < y$.