Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 5.

☗ In den statischen Maxwellgleichungen sind Rotation und Divergenz der Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ mit gegebenen Quellen ρ und $\vec{j}$ verknüpft. Dies wirft die Frage auf ob die Kenntnis von $\vec{\nabla}\cdot\vec{E}, \vec{\nabla}\times\vec{E}$ bzw. $\vec{\nabla}\cdot\vec{B}, \vec{\nabla}\times\vec{B}$ die Felder eindeutig festlegt. Betrachten Sie dazu als Beispiel die Felder

$$\vec{F}_1 = yz\vec{e}_x + zx\vec{e}_y + xy\vec{e}_z \tag{1}$$

$$\vec{F}_2 = \sin(x)\cosh(y)\vec{e}_x - \cos(x)\sinh(y)\vec{e}_y \tag{2}$$

und berechnen Sie Divergenz und Rotation. Wie muß die obige Frage beantwortet werden und welche Konsequenz ergibt sich daraus?

Feldberechnung mittels Satz von Gauß und Stokes

Für Probleme hoher Symmetrie können häufig die Integralsätze von Gauß und Stokes zur direkten Berechnung der elektrischen bzw. magnetischen Felder verwendet werden. Für statische Probleme im Vakuum gilt:

$$\int_{F(V)} \mathrm{d}\vec{F}\cdot\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \mathrm{d}V\rho \tag{3}$$

$$\oint_{C(F)} \mathrm{d}\vec{s}\cdot\vec{B} = \mu_0 \int_F \mathrm{d}\vec{F}\cdot\vec{j} \tag{4}$$

wobei ρ und $\vec{j}$ Ladungs- und Stromflußdichte sind, $F(V)$ die Oberfläche von V und $C(F)$ die F berandende Kurve bedeuten. Das Volumen V in (3) bzw. die Fläche F in (4) sind dabei in einer der Symmetrie angepassten Weise zu wählen.

Aufgabe 6. *Gerader Leiter*
Berechnen Sie das elektrische Feld in der Entfernung r von einem unendlich langen, geraden Draht. Auf dem Draht sei eine gleichförmige Linienladung λ.

Aufgabe 7. *Homogen geladene Kugelschale*
Berechnen Sie

☗ **(a)** das elektrische Feld $\vec{E}$ und

(b) das elektrostatische Potential ϕ

jeweils im Innen- und Außenraum einer homogenen geladenen Kugelschale, deren innerer Radius R_i und äußerer Radius R_a sind. Die Gesamtladung der Kugelschale sei q und es gilt

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\,\phi(\vec{r}). \tag{5}$$

Begründen Sie alle Ihre Annahmen zur Vereinfachung des Problems.

Bitte wenden!

Aufgabe 8. *Hohlleiter*

Gegeben sei ein langer gerader zylindrischer Leiter parallel zur z Achse vom Radius a. Der Leiter habe ein zylindrisches Loch vom Radius $b < a$, dessen Achse um den Abstand $d < a - b$ von der Achse des ersten Leiters verschoben ist (siehe Skizze). Durch den Leiter fließe ein homogener Strom I.

(a) Berechnen Sie zunächst die magnetische Induktion $\vec{B}$ im Innern des zylindrischen Leiters ohne Loch für eine Stromdichte $\vec{j} = j\vec{e}_z$.

(b) Berechnen Sie die magnetische Induktion $\vec{B}_L$ im Loch. Benutzen Sie, daß sich $\vec{B}_L$ als Superposition zweier Felder $\vec{B}_1$ und $\vec{B}_2$ darstellen läßt, die von zwei entgegengesetzt fließenden zylindersymmetrischen Stromdichten erzeugt werden. (*Hinweis:* Zur Vereinfachung des Resultats benutze man daß gilt $\vec{e}_\phi = \vec{e}_z \times \vec{r}/r$.)