

Allgemeine Hinweise: Die mit \blacktriangle gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 37.

In der Quantenmechanik wird ein freies Teilchen der Masse m , das sich in x -Richtung bewegt, durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x, t) = A e^{i(px - Et)/\hbar} \quad (1)$$

beschrieben. p ist hierbei der Impuls und $E = p^2/2m$ die kinetische Energie des Teilchens. Berechnen Sie die Gruppengeschwindigkeit und die Phasengeschwindigkeit. Welche dieser Geschwindigkeiten entspricht der klassischen Geschwindigkeit des Teilchens?

Aufgabe 38.

Gegeben sei eine Punkladung q der Masse m , die sich entlang der z -Achse bewegen kann. Sie wird durch eine Kraft $\vec{F} = -kz\vec{e}_z$ an den Ursprung gebunden. Zu einem Zeitpunkt $t = 0$ werde sie um den Betrag z_0 ausgelenkt. Aufgrund der Abstrahlung elektromagnetischer Energie ist die Bewegung des Elektrons eine gedämpfte Schwingung. Da die Abstrahlung gering ist kann diese Schwingung durch den Ansatz

$$z(t) = z_0 \cos(\omega t) \exp(-\gamma t) \quad (2)$$

beschrieben werden, wobei ω die Resonanzfrequenz der ungestörten Schwingung ist und $\gamma \ll \omega$.

- \blacktriangle (a) Berechnen Sie die in den Raumwinkel $d\Omega$ abgestrahlte Leistung (in Dipolnäherung).
- (b) Bestimmen Sie γ indem Sie den über eine Schwingungsperiode gemittelten Energieverlust pro Zeit des Oszillators mit der mittleren abgestrahlten Leistung vergleichen.

Hinweis: Drücken Sie die Energie E der schwingenden Ladung sowie deren zeitliche Änderung $\frac{dE}{dt}$ durch $z(t)$ und seine Zeitableitungen aus und verwenden Sie obigen Ansatz (2).

Aufgabe 39.

Gegeben sei eine harmonisch oszillierende axialsymmetrische Ladungsverteilung mit

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} \rho_0 & r \leq R(\vartheta) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3)$$

mit

$$R(\vartheta) = R_0 \left[1 + \beta \cos(\omega t) P_1(\cos \vartheta) \right] \quad (4)$$

wobei r der Abstand vom Ursprung, ϑ der Winkel zur z -Achse und $\beta \ll 1$ sei.

- \blacktriangle (a) Berechnen Sie das Dipolmoment der Ladungsverteilung bzgl. des Ursprunges.
- (b) Geben Sie die Winkelverteilung der im zeitlichen Mittel abgestrahlten Leistung in Dipolnäherung und in niedrigster Ordnung von β an. Wie groß ist die abgestrahlte Gesamtleistung im zeitlichen Mittel?
- (c) Welche Frequenzen enthält die Dipolstrahlung, wenn alle Ordnungen von β berücksichtigt werden?

