Allgemeine Hinweise: Die mit ☗ gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

Aufgabe 23.
Ein Punktdipol der Stärke p befinde sich im Vakuum im Abstand d auf der x-Achse vor einem Dielektrikum mit Dielektrizitätskonstanten ϵ. Das Dielektrikum fülle den Halbraum $x \leq 0$ aus. Berechnen Sie mit Hilfe der Methode der Spiegelladungen

☗ **(a)** Potential ϕ und elektrisches Feld $\vec{E}$ der Spiegelladungen am Ort des Dipols und

(b) Kraft und Drehmoment auf den Dipol für $\vec{p} = p\,\vec{e}_y$.

Zerlegen Sie den Dipol in zwei Punktladungen und führen Sie den entsprechenden Grenzübergang aus.

Aufgabe 24.
Betrachten Sie eine dielektrische Kugel mit Radius a und Dielektrizitätskonstante ε umgeben von Vakuum, d.h. $\varepsilon = \varepsilon_0$. Jetzt werde ein äußeres homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_z$ angeschaltet.

☗ **(a)** Zeigen Sie, dass die Stetigkeit der Tangentialkomponente von $\vec{E}$ und der Normalkomponente von $\vec{D}$ folgende Randbedingungen für das Potential Φ implizieren:

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right|_{r=a-0} = \left.\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right|_{r=a+0} \tag{1}$$

$$\varepsilon\left.\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right|_{r=a-0} = \varepsilon_0\left.\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right|_{r=a+0} \tag{2}$$

(b) Berechnen Sie unter Ausnutzung der Symmeterie des Problems sowie der Randbedingungen das elektrostatische Potential Φ und das elektrische Feld $\vec{E}$ im Innen- und Außenraum der Kugel.

(c) Berechen Sie die Polarisation $\vec{P}$ der Kugel sowie die Oberflächendichte der Polarisationsladungen.

(d) Betrachten Sie nun die umgekehrte Situation einer kugelförmigen Vakuole vom Radius a mit ε_0 in einem homogenen Dielektrikum ε bei Vorhandensein eines homogenen elektrischen Feldes.

Aufgabe 25.
Eine leitende Kugelschale mit Radius R auf dem Potential V_0 sei zur Hälfte in ein Dielektrikum der Suszeptibilität χ_e eingeschlossen. Das Dielektrikum fülle außerhalb der Kugelschale den Halbraum $z < 0$ aus. Zeigen Sie, dass das Potential ϕ der Anordnung durch das Potential ϕ_{vac} der Kugelschale im Vakuum gegeben ist, d.h., das Potential wird durch das Dielektrikum nicht verändert.

☗ **(a)** Bestimmen Sie zunächst das Potential $\phi_{vac}(r)$ in Abhängigkeit von V_0 und R für $r \geq R$. Berechnen Sie unter der Annahme, dass das Potential $\phi(r)$ mit Dielektrikum gleich $\phi_{vac}(r)$ ist, für die vollständige Anordnung die Polarisation und die Polarisationsladung sowie die freie Ladung (auf der Kugelschale).

(b) Zeigen Sie, dass umgekehrt die so berechnete Ladungskonfiguration tatsächlich das Potential ϕ_{vac} erzeugt, d.h. $\phi(r) = \phi_{vac}(r)$.