

Allgemeine Hinweise: Die mit  $\blacktriangle$  gekennzeichneten Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind als Hausaufgabe zu bearbeiten und in den dafür vorgesehenen Kästen im 5. Stock, Geb. 46 abzugeben.

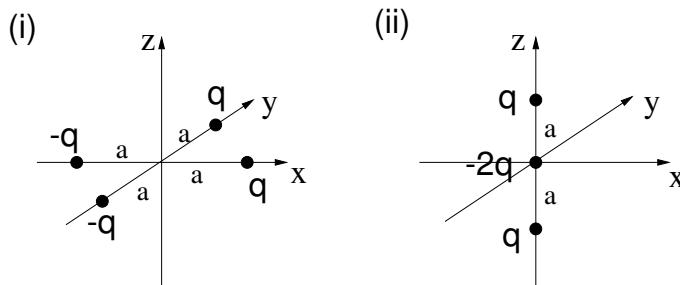
### Aufgabe 12.

Gegeben sei ein linienförmiger, homogen geladener Kreisring vom Radius  $R$  in der  $x-y$ -Ebene mit der Linienladungsdichte  $\lambda$ . Der Mittelpunkt des Kreisringes stimmt mit dem Koordinatenursprung überein. Berechnen Sie

- (a)** das exakte Potential entlang der  $z$ -Achse (wobei  $\phi(\infty) = 0$ )
- (b)** den Quadrupoltensor der Ladungsverteilung unter Berücksichtigung der Symmetrie, sowie
- (c)** das Potential  $\phi$  außerhalb des Kreisringes näherungsweise bis zu den Gliedern der Ordnung  $(\frac{1}{r})^3$ , wobei  $r$  der Abstand zum Ursprung bedeutet.

### Aufgabe 13.

Gegeben seien die folgenden Anordnungen von Punktladungen:



- (a)** Berechnen Sie das elektrische Dipolmoment  $\vec{p}$  und den Quadrupoltensor  $Q_{ij}$
- (b)** Berechnen Sie für die Ladungsverteilung (ii) und  $r > a$  das exakte Potential und seine Multipolentwicklung bis zur niedrigsten nicht verschwindenden Ordnung. Skizzieren Sie beide entlang der  $z$ -Achse und in der  $x-y$ -Ebene.

### Aufgabe 14.

Berechnen Sie für einen homogen geladenen Würfel der Gesamtladung  $q$  und der Kantenlänge  $a$  das Dipolmoment  $\vec{p}$  und die Komponenten des Quadrupoltensors  $Q_{ij}$  in einem Koordinatensystem dessen Nullpunkt

- (a)** im Schwerpunkt

- (b)** in einer Ecke des Würfels liegt.

Berechnen Sie weiterhin die Hauptachsenquadrupolmomente und die Richtung der Hauptachsen.

### Aufgabe 15.

Zeigen Sie durch explizite Entwicklung nach Potenzen von  $1/r$  bis zu Gliedern der Ordnung  $(1/r)^3$ , dass gilt

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \frac{1}{r} \sum_{l=0}^{\infty} \left( \frac{r'}{r} \right)^l P_l(\cos \gamma) \quad (1)$$

für  $r'/r < 1$ . Hierbei ist  $\gamma$  der Winkel zwischen  $\vec{r}$  und  $\vec{r}'$ .