Vorlesungen:

Montag, 21.12.: Wiederholung. Drehimpulsquantenzahlen.
Mittwoch, 6.1.: Rotationssymmetrische Probleme.

Lektüre:

Kapitel über orbitalen Drehimpuls (z.B. Shankar Kap. 12.2-12.6.).

Projekte:

Einzureichen bis 4.2.2016 via e-mail an strassel@physik:
Eine Posterdatei (PDF, DIN A0, Format siehe z.B. Korridore im FB Physik).
Themen siehe Webseite. Wird von uns gedruckt.
Vorstellung am 8.2.2016, 15:30 im Foyer Geb. 46

Übungen: Einzureichen bis zum 11.1.2016, 10:00.

18.) Betrachte ein Teilchen, das in einem zweidimensionalen kreisförmigen „Quantenpunkt“ eingeschlossen ist (d.h. $V(r)=0$ für $r<R$ und $V(r)=\infty$ für $r \geq R$). Zeige, dass die Schrödingergleichung innerhalb des Quantenpunktes in radialer Richtung der *Besselschen Differentialgleichung* entspricht (siehe ein Mathe-Buch oder Wikipedia). Physikalische Lösungen der Wellenfunktion müssen am Rand des Quantenpunktes $r=R$ verschwinden und innerhalb endlich sein. Wie hängen dementsprechend die Nullstellen der Besselfunktionen erster Gattung mit den Eigenenergien zusammen? Wie hängt die Ordnung der Besselfunktion mit dem Drehimpuls zusammen?

19.) In der Vorlesung wurde die Wirkung der Auf- und Absteigeoperatoren L^+, L^- hergeleitet. Betrachte einen Unterraum mit Gesamtdrehimpuls l=3/2.

a) Welche Dimension hat dieser Unterraum (mindestens)? Leite Matrixausdrücke für die Operatoren L_x, L_y und L_z her.

b) Berechne die Matrix $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ mit Hilfe der Matrixdarstellung aus Teil a).

c) Berechne den Kommutator zwischen L_y und L_z mit Hilfe der Matrix-darstellung.

d) Löse das Eigenwertproblem von L_x in dieser Matrixdarstellung. Was ist der Erwartungswert von L_z wenn $l_x = \hbar/2$?

Verständnisfragen

75.) Was versteht man unter Rotationsinvarianz? Gebe zwei Beispiele für physikalisch relevante rotationsinvariante Operatoren.

76.) Berechne $[L^2, L_z]$. Welche allgemeinen Eigenwertgleichungen gelten entsprechend für den Drehimpuls?

77.) Wie sind die Auf- und Absteigeoperatoren für den Drehimpuls definiert? Zeige mit Hilfe der Drehimpuls-Kommutatoren, dass sie den Drehimpuls ändern. Was sind die Kommutatorregeln für L_+, L_- und L_z?

78.) Leite einen Ausdruck für Normierung c her in der Gleichung $L_+|l, l_z\rangle = c|l, l_z + \hbar\rangle$. Zeige, dass es einen höchsten und niedrigsten Zustand von L_z geben muss. Welche Beziehung gilt entsprechend für den Eigenwert von L^2 und dem höchsten Eigenwert von L_z? Welche Zustände von L_z gibt es für jeden Eigenwert von L^2?

79.) Beschreibe die Eigenschaften, Besonderheiten und Unterschiede von orbitalen und intrinsischen („Spin“) Drehimpulsen.

80.) Beschreibe wie man die Matrizendarstellung von Drehimpulsoperatoren für einen beliebigen Gesamtdrehimpuls l bestimmen kann. Stelle die Matrizen L^2, L_z und L_+ für den Gesamtdrehimpuls l=½ und l=1 dar. Was sind die Pauli Matrizen?

81.) Welche Kommutatoreigenschaften von H gelten für ein rotationsinvariantes Problem? Zeige, dass daraus eine Entartung folgt.

82.) Welche Wellenfunktionen erfüllen die Eigenwertgleichungen von L^2 und L_z im Ortsraum? Stelle L_z im Ortsraum dar. Gebe alle Wellenfunktionen bis l=1 an.

83.) Was bedeutet die Aussage, dass die Kugelflächenfunktionen „vollständig“ und „orthonormal“ sind?

84.) Was versteht man unter einer Multipolentwicklung?

85.) Was ist die Entartung der ersten zwei angeregten Zustände für einen drei-dimensionalen isotropen Oszillator? Welchen Gesamtdrehimpuls haben diese Zustände?

86.) Stelle die Multipolentwicklung für eine ebene Welle in z-Richtung auf und berechne den s-Wellen-Anteil. Wie heißen die Funktionen in radialer Richtung aus dieser Multipol-Entwicklung?