

Vorlesungen:

Montag, 14.12.: Identische Teilchen: Bosonen und Fermionen.

Mittwoch, 16.12.: Drehimpuls in zwei Dimensionen.

Lektüre:

Kapitel über Orbitalen Drehimpuls. (z.B. Shankar Kap. 12.2-12.6.)

Übungen: Einzureichen bis zum 21.12.2015, 10:00.

16.) Stelle den Hamiltonoperator für einen isotropen harmonischen Oszillator in zwei Dimensionen auf.

a) Zeige, dass der Hamiltonoperator einer Summe aus zwei unabhängigen eindimensionalen Oszillatoren entspricht (d.h. er ist separabel). Was sind dementsprechend die Energieeigenwerte? Was ist die jeweilige Entartung?

b) Drücke den Operator $L_z = XP_y - YP_x$ mit Hilfe der Auf- und Absteigeoperatoren aus. Berechne $[L_z, H]$.

c) Betrachte die Eigenzustände für die untersten 3 Energien (E_0, E_1, E_2) und finde geeignete Linearkombinationen in den jeweiligen entarteten Unterräumen, die gleichzeitig Eigenzustände zu L_z sind, und bestimme die Eigenwerte l_z . Drücke die zugehörigen Wellenfunktionen in Polarkoordinaten (r, φ) aus.

17.) Betrachte mehrere ununterscheidbare Teilchen in einem eindimensionalen Oszillator.

a) Was sind alle möglichen normierten Eigenzustände für zwei Bosonen bzw. zwei Fermionen wenn nur die untersten 4 Einteilchenenergien besetzt werden? Was sind die Eigenzustände für drei Bosonen bzw. drei Fermionen beschränkt auf die untersten 3 Einteilchenenergien?

b) Was ist die Grundzustandsenergie des Vielteilchenzustands für N Bosonen bzw. N Fermionen? Ist der Grundzustand entartet? Was sind die Entartungen des ersten und des zweiten angeregten Vielteilchenzustands für Bosonen bzw. Fermionen?

Verständnisfragen

- 65.) Was ist eine geeignete Basis von zwei Spin-1/2 Teilchen? Was versteht man unter einem Singulett? Beschreibe das EPR Paradoxon.
- 66.) Argumentiere, dass die Eigenzustände des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators separabel sind. Was sind die Energien, Quantenzahlen und Wellenfunktionen der Eigenzustände?
- 67.) Was muss man bei einem Produktzustand von zwei identischen Teilchen beachten? Warum?
- 68.) Was versteht man unter Bosonen und Fermionen? Stelle die jeweilige normierte Basis von Produktzuständen für zwei Teilchen auf, für den Fall eines drei-dimensionalen Einteilchenvektorraums. Wieviele Basiszustände gibt es für jeweils zwei identische Bosonen bzw. Fermionen in einem N-dimensionalen Einteilchenvektorraum?
- 69.) Beschreibe eine allgemeine Wellenfunktion von drei Fermionen. Was versteht man unter einer Slater-Determinante?
- 70.) Was ist der Operator L_z für den orbitalen Drehimpuls eines Teilchens in zwei Dimensionen? Welche Beziehung gilt zwischen Drehungen U_R und dem Drehimpuls L_z ?
- 71.) Berechne die Kommutatorgleichungen für den Drehimpuls L_z mit X , Y , P_x und P_y in zwei Dimensionen.
- 72.) Stelle den Drehimpulsoperator in zwei Dimensionen als Differentialoperator auf eine Wellenfunktion in kartesischen Koordinaten dar. Leite den entsprechenden Ausdruck für Polarkoordinaten her. Was sind die entsprechenden Eigenfunktionen und Eigenwerte?
- 73.) Beschreibe wie der Drehimpuls in zwei Dimensionen zur Lösung von allgemeinen rotationsinvarianten Problemen um eine Achse benutzt werden kann. Gib die resultierende Differentialgleichung an.
- 74.) Wie ist der dreidimensionale Drehimpuls definiert? Wie kann diese Definition mit Drehungen im dreidimensionalen Raum hergeleitet werden?