

Vorlesungen:

Montag, 16.11.: Wiederholung. Ehrenfest Theorem. Kontinuierlichen Hilberträume mit unendlichen Dimensionen

Mittwoch, 18.11.: Translationen und der Impulsoperator.

Lektüre:

Kapitel über freie Teilchen und Potentialstufen in einer Dimension (z.B. Shankar Kap. 4.2-4.3, 5.1, 5.3, 5.4)

Übungen: Einzureichen bis 10:00, 23.11.2015 in Fächer neben 46-594.

8.) Betrachte die Operatoren $\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $\Lambda = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

- Finde die orthonormale Eigenbasis zu Ω . Stelle die zugehörige Transformation U auf und berechne $U^\dagger \Lambda U$ und $U^\dagger \Omega U$
- Berechne den Kommutator von Ω und Λ . Gibt es eine gemeinsame Eigenbasis? Wenn ja welche?

9.) Betrachte den folgenden Hamiltonoperator für einen zwei-dimensionalen Hilbertraum $H = \begin{pmatrix} k & d \\ d & -k \end{pmatrix}$.

- Bestimme die Eigenwerte und Eigenzustände von H . Plote die Eigenwerte als Funktion von $-1 < k < 1$ für $d=0$ und für $d=0.2$. Was ist der Operator U , der die Matrix „diagonalisiert“?
- Finde einen geschlossenen Ausdruck für die Zeitentwicklung von einem Anfangszustand $|\psi(t=0)\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Plote die Wahrscheinlichkeiten, die Basiszustände $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ zu messen als Funktion der Zeit t für $k=1$, $d=0.5$ (arbeite in Einheiten von $\hbar=1$). Was bestimmt die Wiederkehrzeit?

Verständnisfragen

- 33.) Was ist das Ehrenfest Theorem? Leite es her!
- 34.) Beschreibe das Konzept der Ortsbasis. Stelle die Vollständigkeitsrelation und das Skalarprodukt in der Ortsbasis dar. Was ist eine Wellenfunktion?
- 35.) Wie ist die Delta-Funktion $\delta(x)$ definiert? Wie kann sie mit Hilfe eines Grenzwertes dargestellt werden?
- 36.) Was besagt die de-Broglie Beziehung? Zeige, dass eine Fourier-Transformation der Wellenfunktion zu einer Verteilung von Impulszuständen führt.
- 37.) Wie kann man Impulszustände mit Hilfe der Ortsbasis definieren? Wie ist dann der Impulsoperator \hat{P} definiert? Zeige, wie \hat{P} mit dem Differentialoperator \hat{D} zusammenhängt. Was sind die „Matrixelemente“ $\langle x|\hat{D}|x'\rangle$ von \hat{D} ?
- 38.) Wie ist die Wirkung eines Translationsoperators auf die Ortsbasis? Zeige, wie man den Translationsoperator als Funktion des Impulsoperators (oder Differentialoperators) schreiben kann und umgekehrt.