Vorlesungen:

Montag, 9.11.: Diagonalisierung von Matrizen. Funktionen von Operatoren. Kommutierende Operatoren.

Mittwoch, 11.11.: Erwartungswerte. Zeitentwicklung. Unschärfe. Symmetrien. Funktionenraum.

Lektüre:

Kapitel über den Funktionenraum (z.B. Shankar Kap.1.10)

Übungen: Einzureichen bis 10:00, Mo. 16.11.2015 in Postfächer neben 46-594.

6) Betrachte den Messoperator $O = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ und den Anfangszustand $|a\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a) Finde die Eigenwerte o und orthonormale Eigenvektoren $|o\rangle$ zu $O|o\rangle = o|o\rangle$.

b) Bestimme U, so dass $U^\dagger OU$ diagonal wird. Berechne $U^\dagger OU$ explizit.

c) Entwickle $|a\rangle$ in der Eigenbasis von *O*.

d) Was sind die möglichen Messwerte und zugehörigen Wahrscheinlichkeiten *P(o)* für eine Messung von *O* am Anfangszustand $|a\rangle$? Was sind die jeweiligen Endzustände?

e) Berechne explizit beide Seiten der Gleichung: $\langle a|O|a\rangle = \sum_o oP(o)$

7 a) Argumentiere, dass eine passive Transformation $U^\dagger \Lambda U$ die Determinante von hermiteschen und unitären Matrizen unverändert lässt.

b) Zeige, dass entsprechend die Determinante durch das Produkt der Eigenwerte gegeben ist $\det \Lambda = \prod_j \lambda_j$

c) Für $U = \exp(iH)$, zeige dass $\det U = \exp(i \operatorname{tr} H)$

Verständnisfragen

23.) Gebe die Form der relevanten Operatoren an für das Beispiel des zwei-Zustands-Systems von einem Spin-1/2 Teilchens. Was passiert beim Stern-Gerlach Experiment? Wo findet die Messung statt? Was passiert bei einer zweiten Messung, die orthogonal zur ersten ist.

24.) Wie ist der Erwartungswert eines Messung $\langle O \rangle$ durch Wahrscheinlichkeiten definiert? Zeige, dass für einen Anfangszustand $|\psi\rangle$ gilt $\langle O \rangle = \langle \psi | O | \psi \rangle$. Was ist der Endzustand nach der Messung?

25.) Zeige, wie man aus der Lösung des Eigenwertproblems eine unitäre Transformation konstruieren kann, die den Operator „diagonalisiert".

26.) Was versteht man unter einer Operatorfunktion? Zeige, dass die Transformation, die einen hermiteschen Operator diagonalisiert im Allgemeinen auch die Operatorfunktion diagonalisiert.

27.) Zeige, dass die Eigenzustände zweier hermitescher Operatoren gleich gewählt werden können, falls $[\Lambda, \Omega] = 0$. Was passiert wenn einer oder beide der Operatoren entartet sind?

28.) Zeige, dass $[A, B] = 0$, falls alle Eigenzustände der zwei Operatoren gleich sind.

29.) Was versteht man unter Symmetrien in der Quantenmechanik?

30.) Beschreibe allgemein wie man durch Lösen der zeitunabhängigen Schrödinger Gleichung die zeitabhängige Schrödinger Gleichung für einen beliebigen Anfangszustand lösen kann. Was versteht man unter dem Zeitentwicklungs-operator (Propagator)?

31.) Beschreibe die Zeitentwicklung eines Spin-1/2 in z-Richtung in einem Feld in x-Richtung. Berechne die zeitabhängigen Wahrscheinlichkeiten den Spin in z-Richtung nach oben und unten zu messen und den Erwartungswert des Spin-z Operators.

32.) Was versteht man unter einer mittleren Abweichung eines Operators? Was besagt die Unschärferelation für zwei nicht kommutierende, hermitesche Operatoren? Leite sie her!

33.) Beschreibe das Konzept der Ortsbasis. Stelle die Vollständigkeitsrelation und das Skalarprodukt in der Ortsbasis dar. Was ist eine Wellenfunktion?