Vorlesungen:

Montag, 2.11.: Wiederholung. Das Eigenwertproblem.
Mittwoch, 4.11.: Eigenwerte von hermiteschen Operatoren: Messgrößen

Übungsgruppen:

Eine aktuelle Einteilung ist auf der Webseite verfügbar. Erste Übungsgruppen:

Gruppe B:	Jägering	Mo	11:45-13:45	erste Übung 2.11.2015
Gruppe C:	Thesing	Mi	11:45-13:45	erste Übung 4.11.2015
Gruppe D:	Straßel	Fr	11:45-13:45	erste Übung 6.11.2015

Lektüre:

Kapitel über Eigenwertprobleme und Operatorfunktionen (z.B. Shankar Kap.1.8-1.9)

Übungen:

Einzureichen bis 10:00 Mo. 9.11.2015 in die Fächer neben 46-594.

3). Die Spur ist die Summe der Diagonalelemente von einem beliebigen Operator $\operatorname{tr} D = \sum_j \langle j|D|j\rangle$. Zeige allgemein

a) $\operatorname{tr}(AB) = \operatorname{tr}(BA)$

b) $\operatorname{tr}(ABC) = \operatorname{tr}(CAB) = \operatorname{tr}(BCA)$

4a) Zeige dass für den Kommutator gilt $[AB,C] = A[B,C] + [A,C]B$.

Für den Rest der Aufgabe soll angenommen werden, dass der Kommutator $[A,B] = c\hat{I}$ proportional zur Identität $\hat{I}$ ist.

b) Zeige, dass $[A,B^n] = n[A,B]B^{n-1}$

c) Berechne $[A,e^B]$. Die Exponentialfunktion eines Operators ist durch die Reihenentwicklung definiert.

d) Was gilt für $[A, f(B)]$? Hier soll f eine Operatorfunktion sein, die durch die Reihenentwicklung der entsprechenden analytischen Funktion f gegeben ist.

e) Zeige, dass $e^A e^B = e^B e^A e^{[A,B]}$

5a) Zeige, dass $U = \exp(iH)$ eine unitäre Matrix ist, falls H hermitesch ist (siehe auch 4e).

b) Zeige, dass für die Eigenwerte u_j einer unitären Matrix gilt $|u_j|=1$.

c) Zeige, dass für die Eigenvektoren $\langle u_j | u_k \rangle = 0$ gilt, falls $u_j \neq u_k$.

Verständnisfragen

13.) Zeige, dass die Matrix eines Operatorprodukts durch die Multiplikation der Matrizen gegeben ist.

14.) Was ist ein Kommutator?

15.) Was versteht man unter einem dualen Vektor? Was ist ein adjungierter Operator? Wie erhalte ich aus einem beliebigen Ausdruck die äquivalente Schreibweise im dualen Raum?

16.) Definiere i) hermitesch, ii) unitär, iii) umkehrbar, iv) Projektion. Diskutiere, ob das Produkt von jeweils zwei hermiteschen, unitären, umkehrbaren oder Projektions-Operatoren wiederum im Allgemeinen die gleiche Definition erfüllt. Welche Abbildung erfüllt alle vier Definitionen gleichzeitig?

17.) Zeige, dass unitäre Transformationen das innere Produkt erhalten.

18.) Was versteht man unter einer aktiven und einer passiven Transformation? Was passiert in den jeweiligen Fällen mit den Koeffizienten eines Vektors und den Operatoren?

19.) Was ist eine Eigenwertgleichung für Operatoren? Was sind einfache Beispiele von Eigenwerten/Eigenvektoren der Projektionen, der Identität, und Rotationen?

20.) Zeige, dass es eine charakteristische Gleichung gibt, die eine notwendige Bedingung für die Existenz eines nicht-trivialen Eigenwerts darstellt.

21.) Formuliere und löse das Eigenwertproblem für eine Drehung um $\pi/2$ um eine Achse im drei-dimensionalen Raum.

22.) Zeige, dass hermitesche Operatoren reelle Eigenwerte besitzen und dass die Eigenvektoren orthogornal sind, falls die Eigenwerte verschieden sind. Was versteht man unter einer Eigenbasis? Was ist eine Spektraldarstellung eines Operators?