

Vorlesungen:

Montag, 26.10.: Einleitung. Historischer Überblick. Postulate der QM. Hilbertraum.

Mittwoch, 28.10.: Operatoren.

Lektüre:

Kapitel über komplexe lineare Vektorräume und Operatoren (z.B. Shankar Kap.1)

Übungen:

Einzureichen bis 10:00 am Mo, 2.11.2015 in die Fächer neben 46-594. Jeweils 10 Punkte.

- 1 a) Zeige, dass die Polynome bis zur Ordnung x^4 einen komplexen Vektorraum bilden. Was sind geeignete Additions- und skalare Multiplikationsregeln?
 - b) Finde eine Basis für diesen Vektorraum. Welche Dimension hat der Vektorraum?
 - c) Zeige, dass $\langle P_a | P_b \rangle \equiv \int_{-1}^1 dx P_a^*(x) P_b(x)$ der Definition eines Inneren Produktes genügt.
 - d) Finde eine orthonormale Basis mit Hilfe dieses Inneren Produktes.
 - e) Stelle das Polynom $P(x) = 2 - x^2 + x^4$ in der orthonormalen Basis dar.
- 2 a) Beschreibe was man unter einer Projektion in einem drei-dimensionalen Vektorraum versteht. Wie kann man sie mit Hilfe eines Skalarproduktes definieren?
 - b) Zeige, dass der Operator $P = \frac{|a\rangle\langle a|}{\langle a|a\rangle}$ eine Projektion im obigen Sinne darstellt.
 - c) Zeige, dass $P = P^2$ gilt (verallgemeinerte Definition). Zeige weiterhin, dass mit dieser Definition in der Eigenwertgleichung $P|a\rangle = p|a\rangle$ nur Eigenwerte von $p=0$ und $p=1$ möglich sind.

Verständnisfragen

- 1.) Nenne die grundlegenden Postulate der Quantenmechanik.
- 2.) Definiere das Konzept eines „Linearen Vektorraums“.
- 3.) Was bedeutet es, wenn Vektoren „linear unabhängig“ sind?
- 4.) Was ist eine Basis und die Dimension eines Vektorraums? Zeige, dass die Darstellung eines beliebigen Vektors in einer Basis eindeutig ist.
- 5.) Definiere das Konzept eines „Inneren Produktes“. Wann sind zwei Vektoren orthonormal? Wann ist ein Vektor normiert?
- 6.) Zeige wie die Darstellung von Vektoren mit Koeffizienten in einer orthonormalen Basis zur Bestimmung des inneren Produkt dienen kann. Umgekehrt, wie kann die Darstellung mit Hilfe des inneren Produktes bestimmt werden?
- 7.) Was ist die Dreiecks- und die Schwarzsche Ungleichung?
- 8.) Wozu dient die Gram-Schmidt Methode? Beschreibe sie.
- 9.) Definiere „Lineare Abbildungen“ (Operatoren).
- 10.) Zeige, dass eine lineare Abbildung eindeutig durch ihre Wirkung auf eine Basis definiert werden kann. Welche Koeffizienten müssen konkret berechnet werden um die Abbildung zu definieren? Zeige, warum eine Anordnung der Koeffizienten als Matrix sinnvoll ist.
- 11.) Beschreibe wie man aus der Matrixdarstellung in einer orthonormalen Basis den zugehörigen Operator definieren kann.
- 12.) Was ist ein Äußeres Produkt von Vektoren? Was ist die Vollständigkeitsrelation?